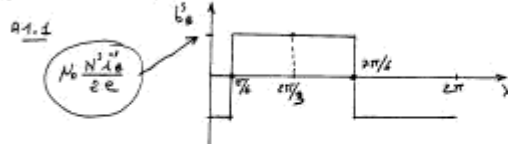


Partie A : Motorisation de la pompe.

①

A1.1 stator triphasé



A1.2 termes fondamentaux des inductions

$$b_B^s = \frac{4}{\pi} \mu_0 \frac{N^s i_B^s}{2e} \cdot \cos(\lambda - 2\pi/3)$$

$$b_C^s = \frac{4}{\pi} \mu_0 \frac{N^s i_C^s}{2e} \cos(\lambda - 4\pi/3)$$

A1.3 Induction résultante

$$b^s = b_A^s + b_B^s + b_C^s$$

$$b^s = \mu_0 \frac{N^s I^s \sqrt{2}}{\pi e} \left[\cos \omega t \cos \lambda + \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \cos \left(\lambda - \frac{2\pi}{3} \right) + \cos \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \cos \left(\lambda - \frac{4\pi}{3} \right) \right]$$

En réduisant les produits en sommes, on obtient :

$$b^s = \mu_0 \frac{N^s I^s \sqrt{2}}{\pi e} \left[\cos(\omega t + \lambda) + \cos(\omega t + \lambda - \frac{4\pi}{3}) + \cos(\omega t - \lambda) + \cos(\omega t + \lambda - \frac{8\pi}{3}) + \cos(\omega t - \lambda) \right]$$

Les termes 1, 3 et 5 de la somme forment un système triphasé équilibré, la somme est nulle. Il reste donc :

$$b^s = \mu_0 \frac{N^s I^s \sqrt{2}}{\pi e} \cdot 3 \cos(\omega t - \lambda)$$

par identification

$$B_H = 3 \mu_0 \frac{N^s I^s \sqrt{2}}{\pi e} \quad \Omega^s = \omega$$

A1.4 Vitesse

$b^s(\lambda, t)$ est maximale pour $\omega t = \lambda$ ce maximum se déplace dans le sens trigonométrique à la vitesse ω soit 314 rad/s à 50 Hz (3000 tr/min)

A1.5 flux

②

L'angle $d\lambda$ délimite, au niveau de l'entrefer, la surface $ds = L \cdot R \cdot d\lambda$; le flux élémentaire correspondant vaut $b^s \cdot ds$

$$d\psi_A^s = N^s B_H \cos(\Omega^s t - \lambda) R L d\lambda$$

$$\psi_A^s = N^s B_H L R \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos(\Omega^s t - \lambda) d\lambda$$

$$\psi_A^s = N^s B_H L R \left[-\sin\left(\Omega^s t - \frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(\Omega^s t + \frac{\pi}{2}\right) \right]$$

$$\psi_A^s = 2 N^s B_H L R \cos \Omega^s t \quad \text{avec } \Omega^s = \omega$$

A1.6 f.e.m.

$$e_A^s = \frac{d\psi_A^s}{dt} = -2 B_H N^s L R \omega \sin \omega t$$

A1.7 Nb de spires

$$V^s \sqrt{2} = 2 B_H N^s L R \omega$$

$$N^s = \frac{V^s \sqrt{2}}{2 B_H L R \omega}$$

$$N^s = \frac{220 \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot 0,97 \times 0,2 \times 0,02 \times 314} = 176,9$$

Arrondi : $N^s = 177$ spires.

A1.8

Si la fréquence est divisée par 2 la tension doit aussi être divisée par 2 pour garder la même induction B_H

$$25 \text{ Hz} \rightarrow V^s = 110 \text{ V}$$

A1.9

Inductance cyclique

$\mathcal{L}^s = \frac{\psi_A^s}{i_A^s}$ lorsque les deux autres phases sont alimentées normalement

$$\mathcal{L}^s = 6 \mu_0 \frac{N^{s2} L R}{\pi e}$$

$$\mathcal{L}^s = 6 \times 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{177^2 \cdot 0,2 \cdot 0,02}{\pi \cdot 0,0004} = 0,752 \text{ H}$$

A1.10 Inductance propre

③

L'inductance propre est le rapport $\frac{\Psi_A^s}{i_A^s}$ lorsque les phases B et C ne sont pas alimentées.

$$b_A^s = 2 \mu_0 \frac{N^s i_A^s}{\pi e} \cos \lambda$$

$$d\Psi_A^s = N^s b_A^s L R d\lambda$$

$$\Psi_A^s = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} 2 \mu_0 \frac{N^{s2} i_A^s}{\pi e} L R \cos \lambda d\lambda$$

comme i_A^s est indépendant de λ

$$L^s = \frac{\Psi_A^s}{i_A^s} = 2 \mu_0 \frac{N^{s2}}{\pi e} L R \underbrace{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \lambda d\lambda}_2$$

$$L^s = 4 \mu_0 L R \frac{N^{s2}}{\pi e}$$

La formule est analogue à celle de L^s a un coefficient près $\frac{L^s}{L^s} = \frac{3}{2}$ $L^s = \frac{2}{3} \cdot 0,752$
 $L^s = 0,501 \text{ H}$

1.11 Courant magnétisant

$$I_\mu^s = \frac{V^s}{L^s \omega} = \frac{220}{0,752 \cdot 314} = 0,931 \text{ A}$$

A2 Influence des rotor

④

A2.1 flux rotorique

$$d\Psi_A^r = N^r B_m \cos(\Omega^s t - \lambda) L R d\lambda$$

(même expression que $d\Psi_A^s$)

$$\Psi_A^r = N^r B_m L R \int_{\theta-\pi/2}^{\theta+\pi/2} \cos(\Omega^s t - \lambda) d\lambda$$

$$\Psi_A^r = N^r B_m L R [-\sin(\Omega^s t - \lambda)]_{\theta-\pi/2}^{\theta+\pi/2}$$

$$\Psi_A^r = N^r B_m L R [\cos(\Omega^s t - \theta) + \cos(\Omega^s t - \theta)]$$

comme $\theta = \Omega^r t$

$$\Psi_A^r = 2 N^r B_m L R \cos(\Omega^s - \Omega^r) t$$

A2.2 f em rotorique

$$e_A^r = \frac{d\Psi_A^r}{dt} = -2 N^r B_m L R (\Omega^s - \Omega^r) \sin(\Omega^s - \Omega^r) t$$

$$E^r = \frac{2 N^r B_m L R g \Omega^s}{\sqrt{2}}$$

$$f^r = g f^s$$

$$\text{comme } V^s = \frac{2 N^s B_m L R \omega}{\sqrt{2}} \text{ et } \omega = \Omega^s$$

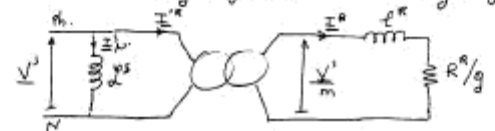
$$\text{on obtient } E^r = V^s \cdot g \frac{N^r}{N^s} = \frac{g V^s}{m}$$

A2.3 courant rotorique

$$\underline{I}^r = \frac{\underline{E}^r}{R^r + j \ell^r \omega} = \frac{g V^s}{m} \cdot \frac{1}{R^r + j \ell^r \omega}$$

A2.4 schéma monophasé équivalent

$$\underline{I}^r = \frac{\underline{E}^r / g}{R^r / g + j \ell^r \omega} = \frac{V^s / m}{R^r / g + j \ell^r \omega}$$



On ramène l'impédance au primaire du transformateur et on obtient le schéma de la figure 5

avec
$$\begin{aligned} \underline{I}' &= \underline{I}/m \\ \ell'^R &= m^2 \ell^R \\ R'^R &= m^2 R^R \end{aligned}$$

A.N.
$$\begin{aligned} \underline{\varphi}^s &= 0,752 \text{ H} \quad (\text{question A1.9}) \\ m &= \frac{173}{2} = 88,5 \\ \ell'^R &= (88,5)^2 \cdot 5 \cdot 10^{-6} = 39,16 \text{ mH} \\ R'^R &= (88,5)^2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} = 3,916 \Omega \end{aligned}$$

A2.5 Couple électromagnétique moyen

$$\Gamma_e \cdot \Omega^s = 3 \frac{R'^R}{g} \cdot \underline{I}'^R \cdot \underline{I}'^R$$

avec $\underline{I}'^R = \frac{V^s}{\sqrt{\left(\frac{R'^R}{g}\right)^2 + (\ell'^R \omega)^2}}$ et $\Omega^s = \omega$

$$\Gamma_e = \frac{3 R'^R V^{s^2}}{g \omega \left[\left(\frac{R'^R}{g}\right)^2 + (\ell'^R \omega)^2 \right]} = \boxed{\frac{3 R'^R V^{s^2} g}{\omega [R'^R{}^2 + (g \ell'^R \omega)^2]}}$$

A2.6 Couple maxi

Γ_e est maxi lorsque $\frac{d\Gamma_e}{dg} = 0$

$$\frac{d\Gamma_e}{dg} = \frac{3 R'^R V^{s^2}}{\omega} \cdot \frac{[R'^R{}^2 + (g \ell'^R \omega)^2] - 2g^2 (\ell'^R \omega)^2}{[R'^R{}^2 + (g \ell'^R \omega)^2]^2}$$

La dérivée s'annule pour $R'^R{}^2 - g^2 (\ell'^R \omega)^2 = 0$

soit $\boxed{g_H = \pm \frac{R'^R}{\ell'^R \omega}}$

Le couple maxi vaut

$$\Gamma_{eH} = \frac{3 R'^R V^{s^2}}{\omega} \cdot \frac{R'^R / \ell'^R \omega}{2 R'^R{}^2}$$

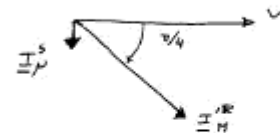
$$\boxed{\Gamma_{eH} = \frac{3 V^{s^2}}{2 \ell'^R \omega^2}}$$

A.N.
$$\Gamma_{eH} = \frac{3 \times 220^2}{2 \times 0,03916 \times 314^2} = \boxed{18,8 \text{ N.m}}$$

$$g_H = \frac{3,916}{0,03916 \times 314} = 0,318 \quad \Omega_R = 314 (1 - 0,318) = \underline{214 \text{ rd/s}}$$

Courant correspondant au couple maximal pour ce point $\ell'^R \omega = \frac{R'^R}{g} = 12,29 \Omega$, l'impédance de cette branche vaut donc $12,29 \cdot \sqrt{2} = 17,38 \Omega$

$$\underline{I}_H^R = \frac{220}{17,38} = 12,65 \text{ A}$$



$$\underline{I}_H^s = \underline{I}'^R + \underline{I}_\mu^s$$

$$\underline{I}_H^s = \left[\left(\underline{I}'^R \cos \frac{\pi}{4} \right)^2 + \left(\underline{I}_\mu^s + \underline{I}'^R \sin \frac{\pi}{4} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (\underline{I}_\mu^s = 9,931 \text{ A})$$

$$\underline{I}_H^s = \sqrt{9,87^2 + 8,94^2} = \underline{13,33 \text{ A}}$$

A2.7 Pour obtenir un couple maximal à glissement élevé il faut augmenter R'^R et diminuer ℓ'^R .
(cage résistante extérieure avec encoches ouvertes)

A2.8 Couple de démarrage ($g = 1$)

$$\Gamma_{e0} = \frac{3 R'^R V^{s^2}}{\omega} \cdot \frac{1}{R'^R{}^2 + (\ell'^R \omega)^2}$$

$$\Gamma_{e0} = \frac{3 \times (220)^2 \times 3,916}{314 (3,916^2 + 12,29^2)} = 19,88 \text{ Nm}$$

Courant de démarrage

$$\underline{I}_0^R = \frac{220}{\sqrt{12,29^2 + 3,916^2}} = 17,06 \text{ A}$$

$$\varphi'^R = \text{Arctan} \frac{\ell'^R \omega}{R'^R} = 1,262 \text{ rd.}$$

$$\underline{I}_0^s = \left[\left(\underline{I}_0^R \cos \varphi'^R \right)^2 + \left(\underline{I}_\mu^s + \underline{I}_0^R \sin \varphi'^R \right)^2 \right]^{1/2}$$

$$\underline{I}_0^s = \underline{17,95 \text{ A}}$$

A2.9

Valeurs extrêmes du couple de démarrage

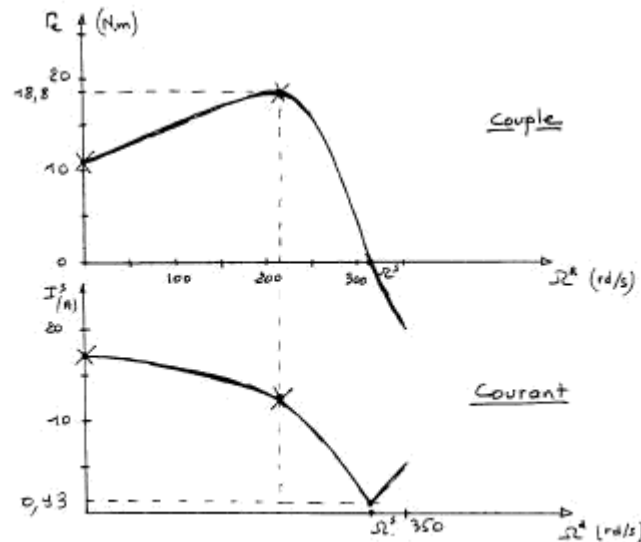
Comme le couple est proportionnel au carré de la tension

$$\Gamma_{ED \text{ MAX}} = \Gamma_{ED} \cdot \left[\frac{V_{\text{MAX}}}{V} \right]^2 \quad \text{Le raisonnement est le même pour } \Gamma_{ED \text{ MIN}}$$

$$\Gamma_{ED \text{ MAX}} = 10,88 \cdot \left(\frac{11 \cdot 220}{220} \right)^2 = 13,16 \text{ Nm.}$$

$$\Gamma_{ED \text{ MIN}} = 10,88 \cdot \left(\frac{0,94 \cdot 220}{220} \right)^2 = 9,61 \text{ Nm}$$

A2.10



A3

Moteur monophasé.

A3.1

Induction en tout point de l'entrefer.

$$i^s = I^s \sqrt{2} \cos \omega t$$

$$b^s = \underbrace{N_0 \frac{2}{\pi} \frac{N_1 I^s \sqrt{2}}{e}}_{B_m} \cos \omega t \cos \lambda$$

$$b^s = \frac{B_m}{2} [\cos(\omega t - \lambda) + \cos(\omega t + \lambda)]$$

$$B_m = N_0 \frac{2}{\pi} \frac{N_1 I^s \sqrt{2}}{e}$$

$$B_0 = B_2 = \frac{B_m}{2}$$

A3.2

flux embrassé par la bobine principale

$$d\psi^s = N_2^s b^s L R d\lambda$$

$$\psi^s = N_2^s L R B_m \cos \omega t \underbrace{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \lambda d\lambda}_2$$

$$e^s = \frac{d\psi^s}{dt} = -2 N_2^s L R B_m \omega \sin \omega t$$

$$\text{Valeur efficace } V^s = E^s = \frac{2 N_2^s L R B_m \omega}{\sqrt{2}}$$

$$N_1^s = \frac{V^s \sqrt{2}}{2 L R B_m \omega}$$

Relation identique à celle du moteur tri.

$$AN: N_1^s = N^s = 177 \text{ spires}$$

A3.3

courant magnétisant.

$$B_m = N_0 \frac{2}{\pi} \frac{N_1^s I_m^s \sqrt{2}}{e}$$

$$I_m^s = \frac{\pi B_m \cdot e}{N_0 \cdot 2 \cdot N_1^s \cdot \sqrt{2}} = \boxed{1,398 \text{ A}}$$

$$\text{Autre méthode: } L^s = \frac{\psi^s}{I_s^s} = 2 N_1^s L R N_0 \frac{2}{\pi} \frac{N_1^s}{e}$$

$$L^s = 4 N_0 \frac{N_1^{s2} L R}{\pi e} = 9,5012 \text{ H}$$

même expression que pour le Moteur triphasé.

$$I_m^s = \frac{V^s}{L^s \omega} = 1,398 \text{ A.}$$

A3.4 Le nombre de spires est le même que pour la machine triphasée, la géométrie est la même, la tension est la même, le flux est donc le même. Pour la machine triphasée il s'agit de la projection sur un axe fixe du flux tournant alors que pour la machine monophasée, il s'agit d'un flux sinusoïdal.

A3.5 schéma équivalent.

Si le rotor est ouvert, $R_E' \rightarrow \infty$; le schéma équivalent de la figure A7 est réduit à 2 inductances L_E^s connectées en série.

$$\Rightarrow L_E^s = \frac{L^s}{2} = 0,2506 \text{ H}$$

A3.6 Chaque moteur fictif reçoit la moitié de la tension et il produit une induction tournante $\frac{B_m}{2}$, le Nb de spires est donc le même $N_E' = 177$ spires.

A3.7 Même stator, même rotor; le schéma équivalent du rotor est identique à celui du moteur triphasé. $L_E' = 39,16 \text{ mH}$; $R_E' = 3,916 \Omega$.

A3.8
$$I^s = \frac{V^s}{|Z_D + Z_E|}$$

$g = 0$: $Z_D + Z_E = 1,46 + j29,35$; $I^s = 2,46 \text{ A}$

$g = 1$: $Z_D + Z_E = 5,84 + j21,52$; $I^s = 9,87 \text{ A}$

A3.9 Couple électromagnétique

$$\Gamma_{eD} = \frac{3 V_D^s R_E'}{\omega} \cdot \frac{g}{R_E'^2 + (g L_E' \omega)^2}$$

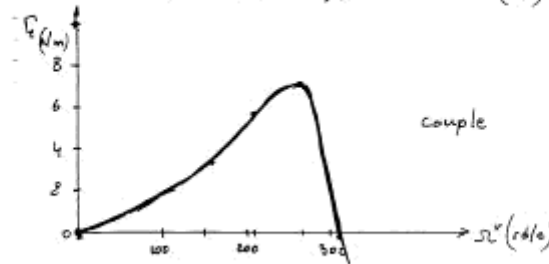
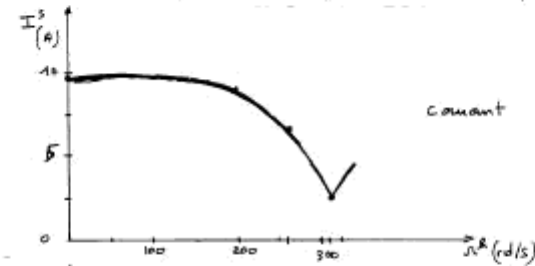
$$\Gamma_{eZ} = - \frac{3 V_Z^s R_E'}{\omega} \cdot \frac{2-g}{R_E'^2 + [(2-g) L_E' \omega]^2}$$

$$\Gamma_e = \Gamma_{eD} + \Gamma_{eZ}$$

$g = 0$: $\Gamma_{eD} = 0$; $\Gamma_e = \Gamma_{eZ} = -0,085 \text{ Nm}$.

$g = 1$: $\Gamma_{eD} = 2,72 \text{ Nm}$; $\Gamma_{eZ} = -2,72 \text{ Nm}$; $\Gamma_e = 0$

A3.10 caractéristique mécanique et électrique.



A3.11 Comparaison des machines

	Moteur 1 v	Moteur 3 v.
Couple de démarrage :	Nul	10,88 Nm
Courant magnétisant :	$\frac{3}{2} I_p = 1,338 \text{ A}$	$I_p = 0,931 \text{ A}$
Courant de démarrage :	9,87 A	17,95 A

Le couple de démarrage nul représente le principal inconvénient du moteur monophasé. Les pertes joules rotatives sont accrues du fait du moteur inverse. Le moteur monophasé produit un couple harmonique important à 100 Hz.

A4 Machine diphasée

(11)

A4.1 Induction tournante

$$b_p^s = N_0 \frac{4}{\pi} \frac{N_1^s I_1^s \sqrt{2}}{2e} \cos \lambda$$

$$b_A^s = N_0 \frac{4}{\pi} \frac{N_1^s I_1^s}{2e} \cos(\lambda - \frac{\pi}{2})$$

Après substitution de i_p^s et i_A^s , on obtient.

$$b^s = \mu_0 \frac{2}{\pi} \frac{N_1^s I_1^s \sqrt{2}}{e} \left[\cos \omega t \cos \lambda + \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) \cos(\lambda - \frac{\pi}{2}) \right]$$

$$b^s = \mu_0 \frac{2}{\pi} \frac{N_1^s I_1^s \sqrt{2}}{e} \left[\frac{1}{2} (\cos(\omega t - \lambda) + \cos(\omega t + \lambda) + \cos(\omega t - \lambda) + \cos(\omega t + \lambda - \pi)) \right]$$

$$b^s = \underbrace{\mu_0 \frac{2}{\pi} \frac{N_1^s I_1^s \sqrt{2}}{e}}_{B_H} \cos(\omega t - \lambda)$$

A4.2 $B_H = 2 \mu_0 \frac{N_1^s I_1^s \sqrt{2}}{\pi e}$ exp. identique à celle du moteur triphasé au rapport $\frac{3}{2}$ près.

A4.3 L'inductance mutuelle entre deux bobines en quadrature est nulle $M^s = 0 \Rightarrow \Psi^s = L^s$

A4.4 Même géométrie et même Nb de spires que la machine triphasée \Rightarrow même inductance propre $L^s = 0,501 \text{ H}$

A4.5 schéma équivalent.

Le stator diphasé crée un champ tournant recréé par un rotor à cage ayant un modèle diphasé, la démarche est la même que pour le moteur triphasé

$$m = \frac{N^s}{N^R} = \frac{177}{3} = 59$$

$$l^R = m^2 l^s = 59^2 \times 7,5 \cdot 10^{-6} = 26,1 \text{ mH} \quad x^R = l^R = 2,19 \Omega$$

$$R^R = m^2 R^s = 59^2 \cdot 0,75 \text{ m}\Omega = 2,61 \Omega$$

$$L^s = 0,501 \text{ H}$$

A4.6 L'exploitation du schéma équivalent est la même qu'en triphasé en considérant 2 phases au lieu de 3

(12)

$$\Gamma_e = 2 \frac{R^R V^{12}}{\omega} \frac{g}{R^R e^2 + (g x^R)^2}$$

A4.7 Couple de démarrage ($g=1$)

$$\Gamma_{eD} = 2 \frac{R^R V^{12}}{\omega} \frac{1}{R^R e^2 + (x^R)^2}$$

$$AN: \Gamma_{eD} = 10,88 \text{ N.m}$$

Couple maxi

$$g_H = \frac{R^R}{x^R} = 0,318 \quad \Omega_H = 314(1-0,318) = 213,9 \text{ rad/s}$$

$$\Gamma_{eH} = 2 \frac{V^{12}}{3 e^R \omega^2} = 18,8 \text{ N.m}$$

A4.8 Courants

$$I^s = \sqrt{\left(\frac{V^s}{R^s} \cos \varphi^s \right)^2 + \left(\frac{V^s}{X^s} \sin \varphi^s \right)^2}; \quad I^{1R} = \frac{V^1}{\sqrt{R^{1R}{}^2 + X^{1R}{}^2}}$$

Démarrage $g=1 \quad \varphi^{1R} = \arctan \frac{X^{1R}}{R^{1R}} = 1,26 \text{ rad}$

$$I_A^s = 25,59 \text{ A} \quad I_V^s = 1,398 \text{ A}$$

$$I_D^s = 26,92 \text{ A}$$

Couple maxi $g=0,318 \quad \varphi^s = \frac{\pi}{4}$

$$I_A^s = 18,99 \text{ A}$$

$$I_D^s = 20,0 \text{ A}$$

A4.9 Les couples sont identiques: même B_H , même rotor. Les courants sont dans le rapport $\frac{3}{2}$: il y a 2 phases au lieu de 3.

A4.10 Impédance du moteur pour $g=1$.

$$Z(1) = \frac{1}{jL^s \omega + \frac{1}{R^R + jx^R}} = 2,357 + j7,822 \Omega$$

$$\arg(Z(1)) = 1,28 \text{ rad} \quad (73,34^\circ)$$

Le courant \underline{I}_p est en retard de $73,34^\circ$ par rapport à \underline{V}^s

(13)

A4.11 pour que \underline{I}_A soit en quadrature par rapport à \underline{I}_p , il faut que l'argument de \underline{Z}_A soit $-90^\circ + 73,34^\circ = -16,66^\circ$

$$\underline{Z}_A = R_A + j X_A$$

$R_A = 2,357 \Omega$ car les 2 bobines sont identiques

$$X_A = 2,357 \cdot \tan(-16,66^\circ) = -0,71 \Omega$$

$$X_C = \frac{-1}{C\omega} = -7,82 - 0,71 = -8,53 \Omega$$

$$C = \frac{1}{8,53 \times 314} = 373 \mu F$$

A4.12 courant dans la phase auxiliaire

$$I_A^s = \frac{V^s}{(R_A^s + X_A^s) \cdot n} = \frac{220}{[2,357 + j 0,71] \cdot 2} = 89,37 A$$

tensions

$$U_C = 2,53 \times 89,37 = 762 V$$

$$V_A^s = \sqrt{2,357^2 + 7,822^2} \cdot 89,37 = 730 V$$

A4.13 Cette valeur de tension conduirait à une saturation du circuit magnétique et à des échauffements très importants des conducteurs

$$A4.14 \quad N_A^s = 177 \cdot \frac{730}{220} = 587 \text{ spires}$$

Les éléments du schéma équivalent de la phase auxiliaire sont multipliés par $\left(\frac{730}{220}\right)^2 = 11,01$

$$\underline{Z}_A^s = 25,95 + j 86,18 \Omega$$

On veut le même déphasage avant

$$\underline{Z}_A = \underline{Z}_A^s - j \frac{1}{C\omega} \quad \text{avec } X_A = 25,95 \times \tan(-16,66^\circ) \\ X_A = -7,87 \Omega$$

$$X_C = \frac{-1}{C\omega} = -86,18 - 7,87 = -93,99 \Omega$$

(14)

$$C = \frac{1}{93,99 \cdot 314} = 33,9 \mu F$$

A4.15

courant dans la phase auxiliaire

$$Z_A = \sqrt{25,95^2 + 7,87^2} = 27,11 \Omega$$

$$I_A^s = \frac{220}{27,11} = 8,11 A$$

$$V_A^s = \sqrt{25,95^2 + 86,18^2} \times 8,11 = 729,4 V$$

$$V_C = 93,99 \times 8,11 = 762 V$$

A5.1 Le principe consiste à reproduire le bobinage élémentaire de la figure A6 en répartissant les conducteurs dans 2 encoches successives. Il y a 2 solutions possibles : le bobinage en sections diamétrales et le bobinage en bobines non diamétrales.

A5.2 Pour un bobinage en sections diamétrales $b_{p,1}^s(x)$ et $b_{p,2}^s(x)$ ont la même forme qui est symétrique. Pour un bobinage en bobines, la section offerte au flux n'est pas la même de chaque côté de la bobine. Comme le flux est conservatif, l'amplitude de l'induction n'est pas la même pour l'alternance positive et pour l'alternance négative.

Les entrées et sorties peuvent être permutées

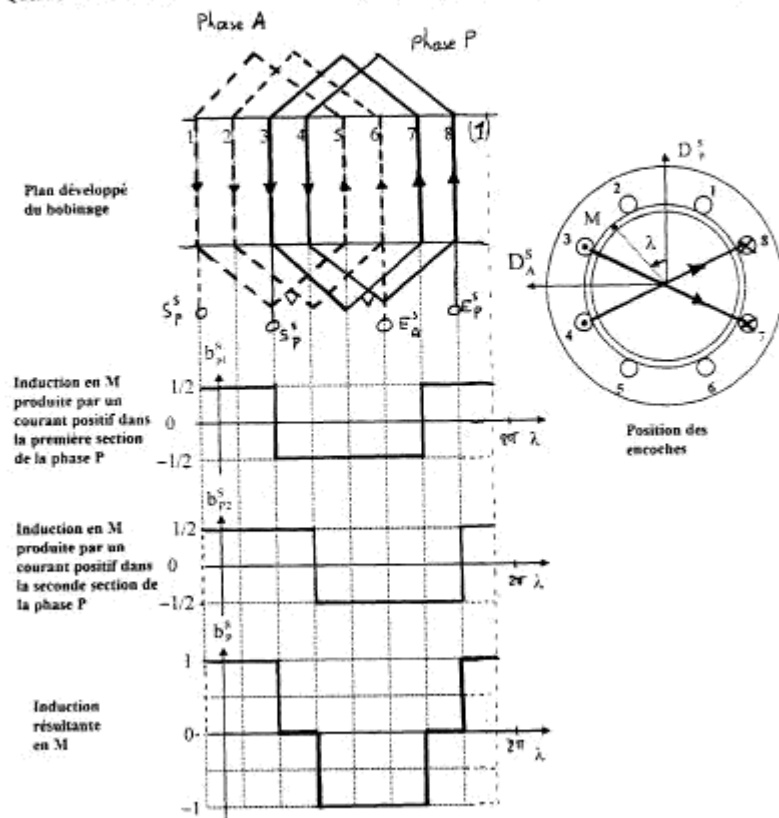


Solution 1 : sections diamétrales

Questions A5.1 et A5.2

Document réponse 1

Nombre de spires d'une section élémentaire: 89

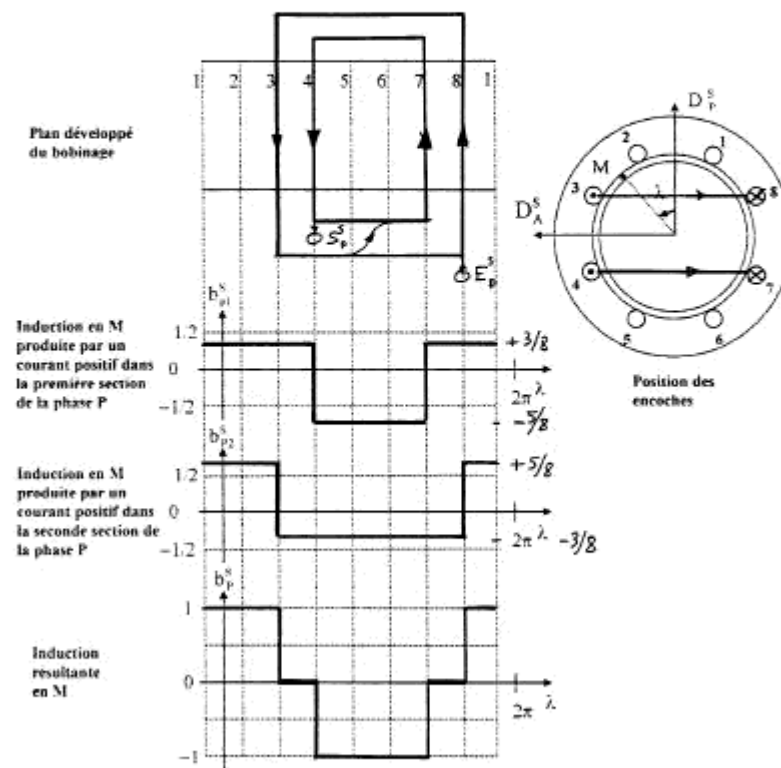
L'unité de l'axe vertical correspond à la quantité $\frac{\mu_0 N^S i_p}{2e}$

Solution 2 : bobines non diamétrales

Questions A5.1 et A5.2

Document réponse 1

Nombre de spires d'une section élémentaire: 89

L'unité de l'axe vertical correspond à la quantité $\frac{\mu_0 N^S i_p}{2e}$

(19)

A5.3 Volume du fer statique

$$\text{Section } S_c = \pi \cdot 45^2 - \pi \cdot 204^2 = 5054 \text{ mm}^2$$

$$\text{Volume de la couronne } V_c = S_c \cdot L = 1011 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$$

$$\text{Volume des encoches } V_E = 8 \times 12 \times 8 \times 200 = 91536 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$$

$$\text{Volume du fer } V_F = V_c - V_E = 0,8574 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$$

$$\text{Masse du fer } M_F = 0,8574 \cdot 10^6 \cdot 10^{-3} \cdot 7,8 \cdot 10^3 = 6,687 \text{ kg}$$

A5.4 Les pertes fer sont proportionnelles au carré de l'induction et à la masse du fer.

$$P_F^s = 1,6 \cdot \left(\frac{1,4}{1}\right)^2 \cdot 6,687 \approx 30 \text{ W}$$

$$\text{A5.5 } P_J^R = g \cdot \Gamma_e \cdot \omega = \frac{e R'^R V^{s2} g^2}{R'^R L^2 + (g \ell'^R \omega)^2}$$

A5.6 Pour un glissement faible $R'^R \gg (g \ell'^R \omega)^2$

$$P_J^R \approx 2 g^2 \frac{V^{s2}}{R'^R}$$

D'après le schéma thermique (fig. A3)

$$P_J^R = \frac{T^R - T^S}{R_{TJ}} = \frac{50}{1,2} = 41,67 \text{ W}$$

Le glissement correspondant est donné par

$$g = \pm \sqrt{\frac{R'^R P_J^R}{2 V^{s2}}} = \sqrt{\frac{2,61 \cdot 41,67}{2 \cdot 220^2}} = 3,35\%$$

A5.7 Densité de courant $\pm \ell$ ya 89 spires par encoche (A5.1) parcourues par 3,26 A.

$$J = \frac{89 \times 3,26}{0,6 \times 12 \times 8} = 5,04 \text{ A/mm}^2$$

A5.8 On peut considérer que chaque encoche, de section utile S_u , est parcourue par un courant total valant $S_u \cdot J$

$$P_J^s = \rho \frac{L}{S_u} \cdot (S_u \cdot J)^2 = \rho L S_u J^2$$

(18)

A5.9Pertes Joules statiques à 100°C

$$\rho = 1,72 \cdot 10^{-8} \cdot (1 + 4 \cdot 10^{-3} \cdot 100)$$

$$\rho = 2,408 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$$

$$P_J^s = 2,408 \cdot 10^{-8} \cdot 0,2 \cdot 2 \cdot (0,6 \times 12 \cdot 10^3 \times 8 \cdot 10^3) \cdot (5,04 \cdot 10^4)^2$$

$$P_J^s = 67,3 \text{ W}$$

A5.10

$$T^s = T_E + R_{Te} (P_J^R + P_J^s + P_F^s)$$

$$T^s = 30 + 0,5 (41,67 + 67,3 + 30) = 99,5^\circ\text{C}$$

$$T^A = 99,5 + 50 = 149,5^\circ\text{C}$$

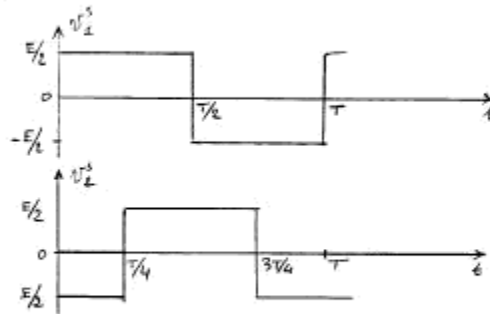
A5.11

... Contrairement aux machines classiques on trouve $P_J^s > P_J^R$. Cette situation est due à la très faible valeur de la résistance thermique R_{Te} du fait de l'immersion du moteur.

Partie B

B1 Etude globale

B1.1



B1.2

$$V_1^s = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{E}{2} = \frac{\sqrt{2} E}{2} ; E = \frac{\pi \cdot 220}{\sqrt{2}} = 488,7 \text{ V}$$

B1.3

$$P_u = T_e \cdot \Omega^e = k (\Omega^e)^3 \quad k = \frac{1100}{\left(\frac{2900}{60} \cdot 2\pi\right)^3} = 39,27 \cdot 10^{-6} \text{ unités } [N \cdot m / (rd/s)^3] \text{ ou } [m \cdot kg]$$

B1.4

Cette puissance est fournie par les 33 panneaux. Pour 20 mW/cm², chaque capteur est parcouru par 0,5 A

$$P_e = 33 \times 17,5 \times 0,5 = 288,75 \text{ W}$$

$$P_u = 0,9 \cdot 288,75 = 259,9 \text{ W}$$

$$\Omega^e = \sqrt[3]{\frac{P_u}{k}} = \sqrt[3]{\frac{259,9}{39,27 \cdot 10^{-6}}} = 187,7 \text{ rd/s}$$

ce qui correspond à 1792,8 tr/mm.

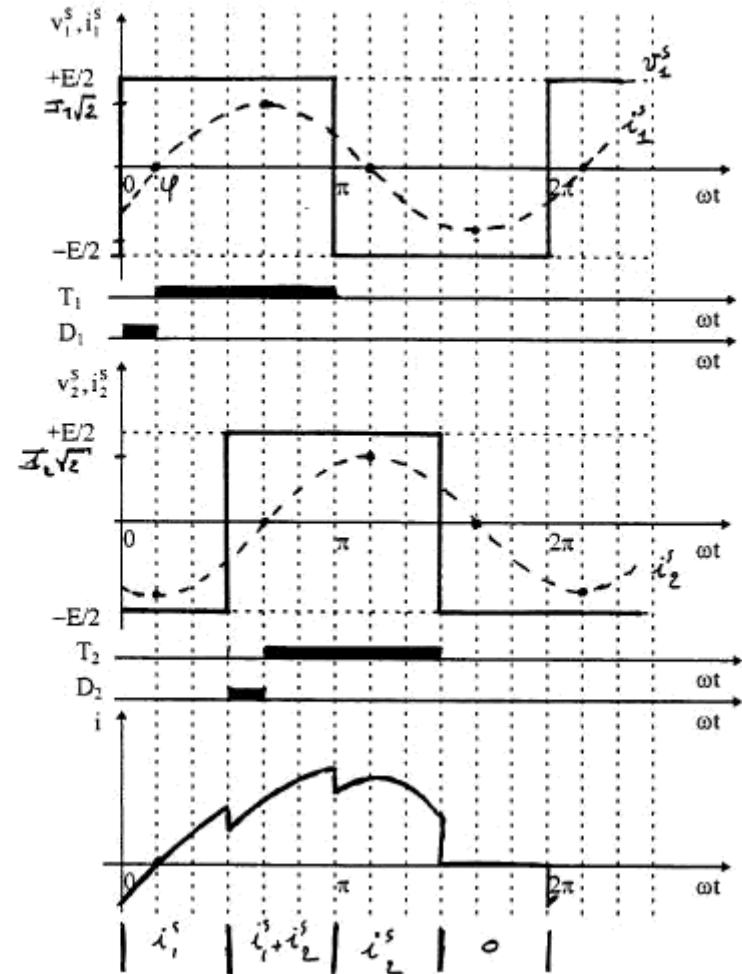
B1.5

La tension aux bornes du moteur est proportionnelle à la fréquence, donc à la vitesse si le glissement est constant.

$$E = 488,7 \cdot \frac{1792,8}{2900} = 302,12 \text{ V.}$$

Document réponse 2

Questions B2.1



(21)

B2.2 Valeur moyenne de i comme $E = C^2$ $P = E \langle i \rangle$

$$P = E \cdot V_1 I_1 \cos \varphi$$

$$P = E \cdot \frac{4}{\pi} \cdot 250 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 3,16 \cdot \cos 30^\circ = 1232 \text{ W}$$

$$\langle i \rangle = \frac{1232}{500} = 2,464 \text{ A}$$

B2.3 Courant moyen dans les composants

transistor : $\langle i_T \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi I_1 \sqrt{2} \sin(\theta - \varphi) d\theta$

$$\langle i_T \rangle = \frac{I_1 \sqrt{2}}{2\pi} \left[-\cos(\theta - \varphi) \right]_0^\pi = \frac{I_1 \sqrt{2}}{2\pi} (1 + \cos \varphi)$$

$$\langle i_T \rangle = \frac{3,16 \sqrt{2}}{2\pi} \cdot \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 1,327 \text{ A}$$

Diode

$$\langle i_D \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^\varphi I_1 \sqrt{2} \sin(\theta - \varphi) d\theta$$

$$\langle i_D \rangle = \frac{I_1 \sqrt{2}}{2\pi} \cdot \left[-\cos(\theta - \varphi) \right]_0^\varphi = \frac{I_1 \sqrt{2}}{2\pi} [-1 + \cos \varphi]$$

$$\langle i_D \rangle = \frac{3,16 \sqrt{2}}{2\pi} \left[-1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \right] = -0,0953 \text{ A}$$

on retrouve bien $\langle i \rangle = 2\langle i_T \rangle + 2\langle i_D \rangle = 2,464 \text{ A}$

B2.4 Pertes par conduction

1 Transistor : $V_{CEsat} \langle i_T \rangle = 1,327 \text{ W}$

1 Diode : $V_F |\langle i_D \rangle| = 76 \text{ mW}$

B2.5 Pertes par commutation

Chaque transistor commutateur une seule fois à l'ouverture, le courant coupe vaut $I_1 \sqrt{2} \sin(\pi - \varphi)$.

La tension aux bornes de l'interrupteur pendant la commutation vaut E , l'énergie perdue à chaque commutation vaut

$$W_{off} = \frac{1}{2} E \cdot I_1 \sqrt{2} \sin \varphi \cdot t_f$$

$$W_{off} = \frac{1}{2} \cdot 500 \cdot 3,16 \sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 800 \cdot 10^{-9} = 0,447 \text{ mJ}$$

$$P_{off} = W_{off} \cdot f = 22,3 \text{ mW}$$

B2.6

Rendement de l'onduleur

Pertes totales : $4 \times 1,327 + 4 \times 76 \cdot 10^{-3} + 4 \times 22,3 \cdot 10^{-3} = 5,7 \text{ W}$

Puissance utile = 1232 W

$$\eta = \frac{1232}{1232 + 5,7} = 99,54\%$$

B2.7

La valeur maximale du courant dans un transistor vaut $I_1 \sqrt{2}$ soit $4,46 \text{ A}$.

Dimensionnement du bras :

- courant $4,46 \times 1,3 = 5,8 \text{ A}$

- tension $500 \times 1,5 = 750 \text{ V}$

B2.8

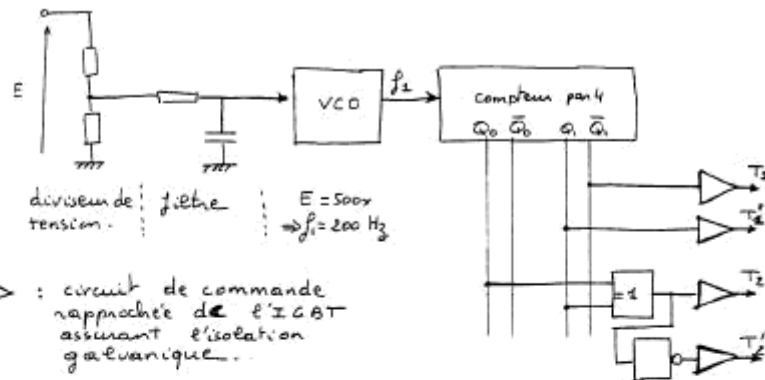
table de vérité

Q_1	Q_0	T_1	T_1'	T_2	T_2'
0	0	1	0	0	1
0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	1	0
1	1	0	1	0	1

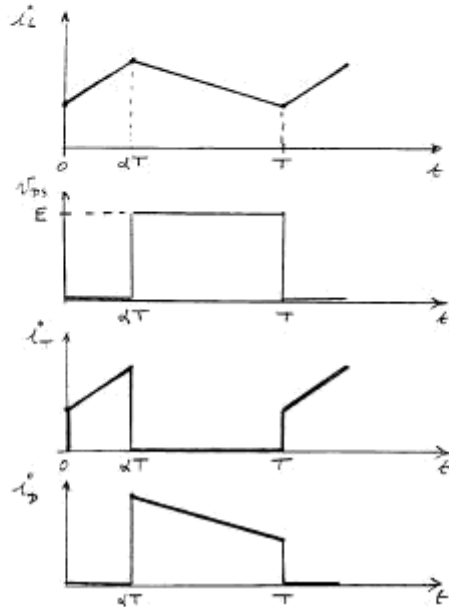
$$T_1 = \overline{Q_1}$$

$$T_2 = Q_0 \oplus Q_1$$

B2.9 schéma synoptique



B3.1 Formes d'ondes



B3.2 Comme la valeur moyenne de la tension aux bornes de L est nulle $\langle v_L \rangle = U_c = E \cdot (1-d)$

$$E = U_c \cdot \frac{1}{1-d}$$

B3.3

$$d = 1 - \frac{U_c}{E}$$

$$d_{\min} = 1 - \frac{192,5}{250} = 0,23$$

$$d_{\max} = 1 - \frac{192,5}{500} = 0,615$$

B3.4

$$\text{De } t=0 \text{ à } dT \quad L \frac{di_L}{dt} = U_c$$

$$\Delta i_L = \frac{U_c}{L} \cdot dT$$

$\Delta i_{L \max}$ est obtenue pour d_{\max}

B3.5

$$L = \frac{U_c d_{\max} T}{\Delta i_{L \max}}$$

$$L = \frac{192,5 \times 0,615}{2 \times 20 \cdot 10^3} = 2,94 \text{ mH}$$

B3.6

Courant moyen dans L

$$U_c \langle i_L \rangle = E \langle i \rangle$$

$$\langle i_L \rangle = \frac{E \cdot \langle i \rangle}{U_c} = \frac{E \cdot E^3}{U_c}$$

$$\langle i_L \rangle_{\max} = \frac{10^5 \cdot 500^3}{192,5} = 6,49 \text{ A}$$

$$i_{L \max} = 7,49 \text{ A}$$

B3.7

Comme les pertes dans le hacheur sont négligées

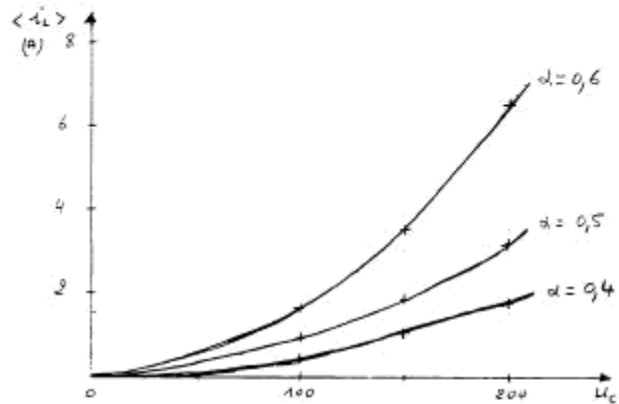
$$U_c \cdot \langle i_L \rangle = E \langle i \rangle = R_1 E^3 = R_1 \left(\frac{U_c}{1-d} \right)^3$$

$$\langle i_L \rangle = R_1 U_c^2 \cdot \left(\frac{1}{1-d} \right)^3$$

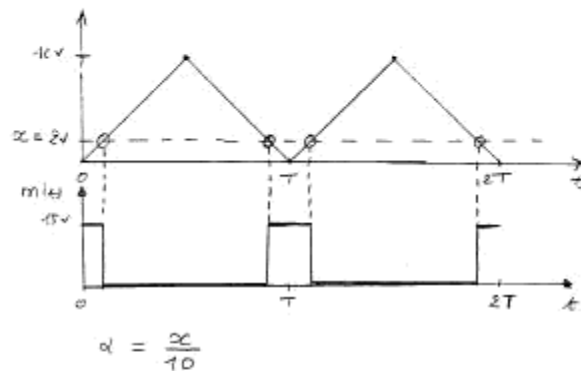
AN:

$d=0,5$	U_c	100	150	200	(V)
	$\langle i_L \rangle$	0,8	1,8	3,2	(A)

B3.8



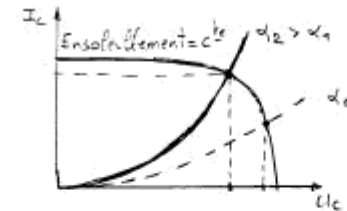
B3.9



B3.10

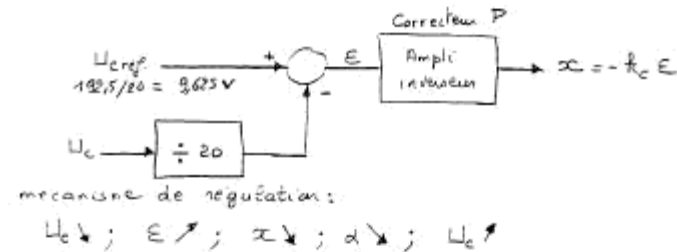
La caractéristique $I_c(U_c)$ du capteur solaire entier est analogue à celle d'un panneau seul (fig. 2). Le couple (U_c, I_c) correspond au point d'intersection entre la caractéristique du capteur et la courbe $\langle i_c \rangle = f(U_c)$ définie pour une valeur donnée de α ($\alpha = \langle i_c \rangle$).

25



Lorsque α augmente, U_c diminue. Il faut corriger en plaçant un amplificateur inverseur dans la chaîne d'action.

Schéma fonctionnel



26

B3.11 Pontes par conduction pour α_{max} ($E = 500V$)

• Diode $V_F \cdot \langle i_D \rangle = V_F \langle i \rangle$

$$\langle i \rangle = 10^{-5} \cdot 500^2 = 2.5A$$

$$Pertes = 2.5 \times 0.9 = 2.25W$$

• MOSFET $Pertes = P_{con} I_{T_{off}}^2$

$$I_{T_{off}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^{d_{max}T} i_T^2 dt \quad \text{avec } i_T = at + b$$

$$a = \frac{d i_{c_{max}}}{d_{max}T} \quad b = i_{c_{min}}$$

$$a = 65044 A/s; b = 5.49A$$

$$I_{T,eff}^2 = \frac{1}{T} \left[a^2 \frac{t^3}{3} + 2ab \frac{t^2}{2} + b^2 t \right]_0^{d_{MAX} T}$$

$$AN \quad d_{MAX} T = 30,75 \mu s$$

$$I_{T,eff}^2 = \left(4,1 \cdot 10^{-6} + 337,6 \cdot 10^{-6} + 326,8 \cdot 10^{-6} \right) \frac{1}{50 \cdot 10^{-6}}$$

$$I_{T,eff}^2 = 26,11 A^2 \quad I_{T,eff} = 5,10 A$$

$$P_{con} = 26,11 \cdot 0,3 = 7,83 W$$

$$P_{con} \text{ par conduction} = 7,83 + 2,25 = 10,08 W$$

Il est possible d'obtenir une valeur approchée de la valeur efficace du courant dans le transistor en négligeant l'ondulation du courant :

$$I_{T,eff} = \sqrt{d_{MAX}} \cdot \langle i_L \rangle = \sqrt{0,615} \cdot 6,49 = 5,09 A$$

les résultats sont très voisins.

B3.12 Pertes par commutation

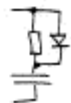
$$W_{ON} = \frac{1}{2} \cdot 500 \cdot 5,49 \cdot 9,2 \cdot 10^{-6} = 274,5 \mu J$$

$$W_{OFF} = \frac{1}{2} \cdot 500 \cdot 7,49 \cdot 9,3 \cdot 10^{-6} = 561,75 \mu J$$

$$\begin{aligned} P_{con} \text{ par commutation} &= (W_{ON} + W_{OFF}) f \\ &= (274,5 + 561,75) \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 10^3 \\ &= 16,7 W \end{aligned}$$

Pour réduire ces pertes il est possible :

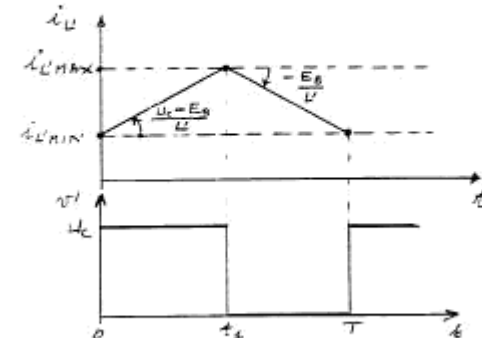
- d'ajouter un circuit d'aide à la commutation OFF composé d'un réseau R,C, Diode
- de réduire la fréquence



Partie C

C1 Hacheur série

C1.1



C1.2

Calcul de L'

$$t_s = \frac{L' (i_{LMAX} - i_{LMIN})}{U_L - E_B}$$

$$T - t_s = \frac{L' (i_{LMAX} - i_{LMIN})}{E_B}$$

$$T = L' (i_{LMAX} - i_{LMIN}) \left(\frac{1}{U_L - E_B} + \frac{1}{E_B} \right)$$

$$L' = \frac{1/25 \cdot 10^{-3}}{2 \left(\frac{1}{192,5 - 96} + \frac{1}{96} \right)} = 0,96 mH$$

$$\boxed{996 mH/6A}$$

C1.3

$$U_{LMAX} = 11 \times 22 = 242 V$$

$$f = \frac{1}{L' (i_{LMAX} - i_{LMIN}) \left[\frac{1}{U_L - E_B} + \frac{1}{E_B} \right]}$$

$$f_{MAX} \text{ pour } U_{LMAX} \quad f_{MAX} = 30,17 kHz$$

$$f_{MIN} \text{ pour } U_{LMIN} \quad f_{MIN} = 18,0 kHz$$

C1.4

$$W = \frac{1}{2} L' I_{\text{max}}^2 = \frac{1}{2} 0,96 \cdot 10^{-3} \times 6^2 = 17,3 \text{ mJ}$$

Comme $\mu_R \rightarrow \infty$, $H \rightarrow 0$ dans la ferrite, l'énergie est concentrée dans l'entrefer.

$$\frac{W}{V_e} = \frac{1}{2} B H = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0}$$

$$V_e = \frac{W}{\frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0}} = \frac{2 \mu_0 W}{B^2}$$

$$V_e = \frac{2 \times 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 17,3 \cdot 10^{-3}}{(0,4)^2} = 2,72 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

Compte tenu de la géométrie

$$V_e = S \times 2e$$

$$e = \frac{V_e}{2S} = \frac{2,72 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-4}} = 1,36 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$e = 1,36 \text{ mm}$$

C1.5

Nb de spires $S = 1 \text{ cm}^2 = 10^{-4} \text{ m}^2$

$$H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{NI}{2e}$$

$$N = \frac{B \cdot 2e}{\mu_0 I} = \frac{0,4 \cdot 2 \cdot 1,36 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 6} = 144$$

$$\left(\text{Contrôle } L = \mu_0 \frac{N^2 S}{2e} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{144^2 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 1,36 \cdot 10^{-3}} \right)$$

$$L = 0,958 \text{ mH}$$

C1.6

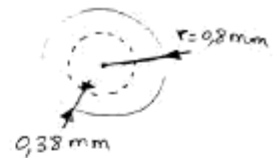
Section du cuivre

$$S = \frac{6}{3} = 2 \text{ mm}^2$$

Épaisseur de peau : 0,38 mm à 50 kHz.

Comme la composante continue est importante par rapport à la composante alternative, il est possible d'utiliser du fil émaillé ordinaire.

de rayon $r \approx 0,8 \text{ mm}$.



C1.7

Pre en compte de la perméabilité relative

longueur de la ligne moyenne dans la ferrite

$$l_F = 2 \times 35 + 2 \times 20 = 110 \text{ mm}$$

La quantité $\frac{l_F}{\mu_R}$ vient s'ajouter à $2e$ dans la formule de l'inductance (th. d'Ampère)

$$L = \mu_0 \frac{N^2 S}{2e + \frac{l_F}{\mu_R}} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{144^2 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 1,36 \cdot 10^{-3} + \frac{0,11}{3000}}$$

$$L = 0,945 \text{ mH}$$

dans notre cas $\frac{l_F}{\mu_R} \ll 2e$

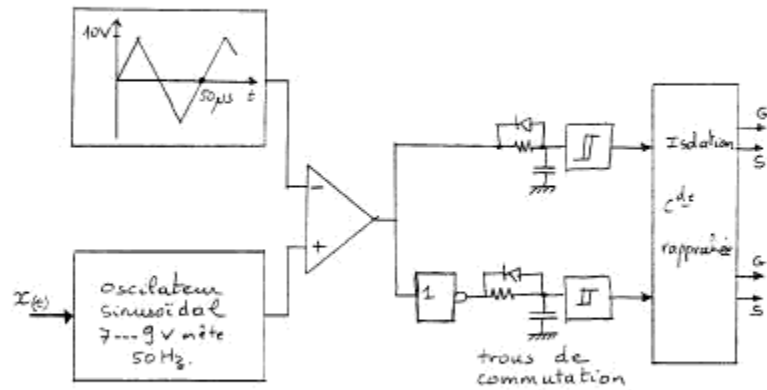
C2 Onduleur monophasé

C2.1

Éléments principaux :

- Générateur de signaux triangulaires 10V unité / 20kHz.
- Oscillateur sinusoïdal 50Hz, d'amplitude réglable électriquement par la tension U_{cds}.
- Comparateur
- Circuit générant les trous de commutation
- Étage d'isolation et de commande rapprochée des MOSFET.

Schema synoptique



C2.2 Rapport de transformation

L'indice de modulation maxi étant fixé à 0,9, il sera atteint quand E_b sera minimale soit $E_b = 86,4V$. On considère la valeur moyenne de la tension u_z mesurée sur une période de découpage. Sa valeur crête vaut donc $\frac{86,4}{2} \times 0,9 = 38,9V$ soit $27,5V_{eff}$.

Le rapport de transformation sera donc

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{220}{27,5} = 8$$

C2.3 Filtrage de sortie

On considère le terme à $20\pi Hz$ de la tension u_z sa valeur efficace maximale vaut

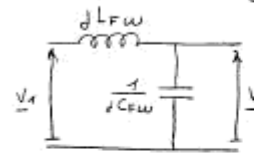
$$48 \times 4,4 \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 47,55V$$

lorsque le rapport cyclique vaut $\frac{1}{2}$.

Ceci correspond à $380V_{eff}$ en sortie du transformateur

Il faut donc atténuer ce terme dans le rapport

$$\frac{380}{2,2} = 172,7V$$



$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{1 - L_F C_F \omega^2}$$

$$\left| \frac{V_2}{V_1} \right| \approx \frac{1}{L_F C_F \omega^2} \approx \left(\frac{\omega_0}{\omega} \right)^2$$

avec $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_F C_F}}$

$$\left(\frac{f_0}{f} \right)^2 = \frac{1}{172,7}$$

$$f_0 = \frac{f}{\sqrt{172,7}} = 1522 Hz$$

C2.4 choix de L_F et C_F .

Pour limiter la principale composante HF à $4A_{eff}$ au primaire elle doit être limitée à $95A$ au secondaire.

$$\text{comme } f \gg f_0 \quad L_F \gg \frac{1}{C_F \omega}$$

$$L_F \omega \approx \frac{380}{0,5} = 760 \Omega$$

$$L_F = \frac{760}{2\pi \cdot 20000} = 6,05 mH$$

$$C_F \text{ tel que } \frac{1}{2\pi \sqrt{L_F C_F}} = f_0$$

$$C_F = \frac{1}{L_F \cdot (2\pi f_0)^2}$$

$$C_F = \frac{1}{6,0546 \cdot 10^{-3} \cdot (2\pi \cdot 1522)^2} = 1,81 \mu F$$

Valeur normalisée de $C_F = 1,5 \mu F \rightarrow L = 7,29 mH$
La composante HF du courant sera un peu plus faible