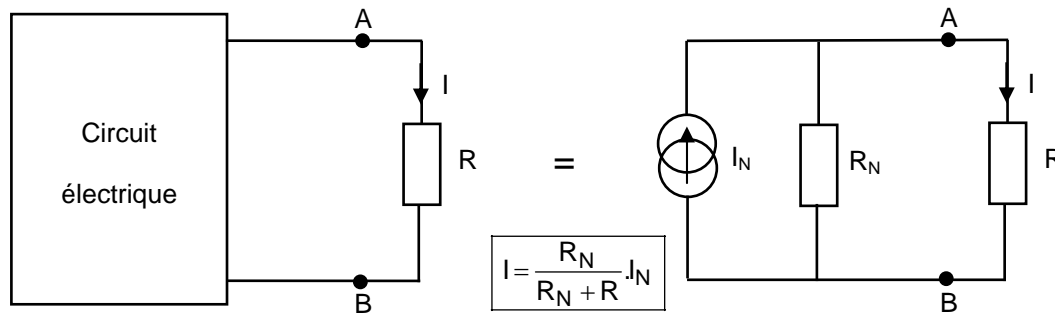


RESOLUTION PAR LA METHODE DE NORTON, MILLMAN ET KENNELLY

1 - METHODE DE NORTON

1.1 - Introduction

Le théorème de Norton va nous permettre de réduire un circuit complexe en générateur de courant réel. Ce générateur possède une source de courant (I_N) en parallèle avec une résistance (R_N),



1.2 - Principe

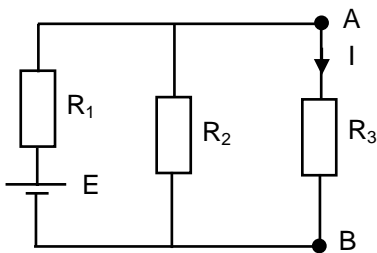
Le courant de Norton I_N est obtenu par calcul ou par une mesure après avoir court-circuité les bornes A et B,

La résistance interne R_N s'obtient de la même façon que celle du théorème de Thevenin ($R_N = R_{Th}$),

1.3 – Applications

1.3.1 - Exercice 1

On considère le circuit électrique donné par la figure suivante :

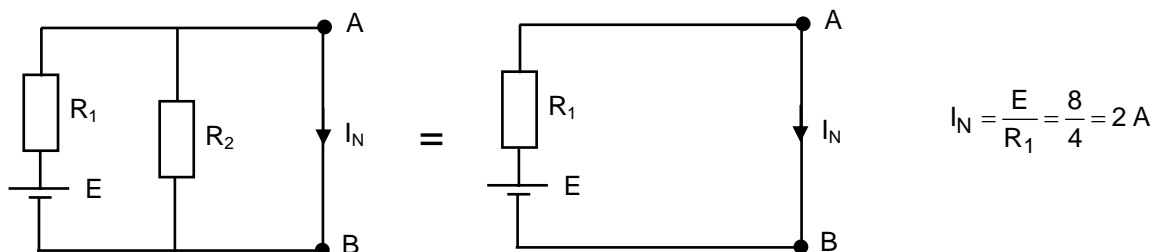


- On donne : $E = 8 \text{ V}$; $R_1 = 4 \Omega$; $R_2 = 12 \Omega$; $R_3 = 9 \Omega$
- Calculer le courant I qui traverse la résistance R_3 en appliquant le théorème de Norton,

Solution :

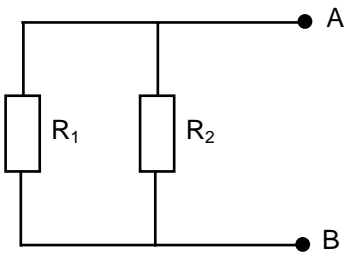
1) Calcul de I_N

On débranche la résistance R_3 et on court-circuite les bornes A et B, la configuration sera donc :



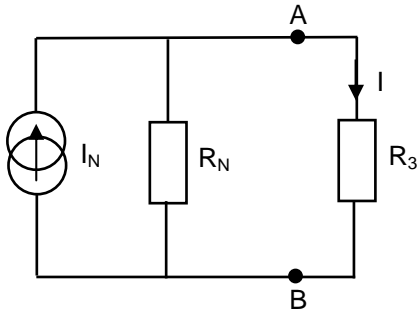
2) Calcul de R_N

R_3 étant toujours débranchée, on court-circuite E, la configuration sera donc :



$$R_{Th} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{4 \times 12}{4 + 12} = 3 \Omega$$

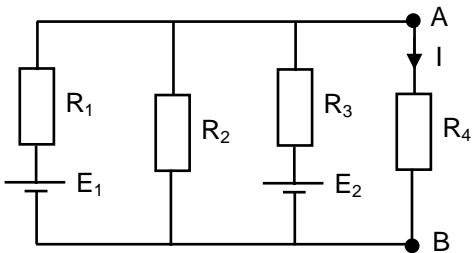
3) Calcul de I



$$I = \frac{R_N}{R_N + R_3} I_N = \frac{3}{3 + 9} 2 = 0,5 \text{ A}$$

1.3.2 - Exercice 2

On considère le circuit électrique donné par la figure suivante :

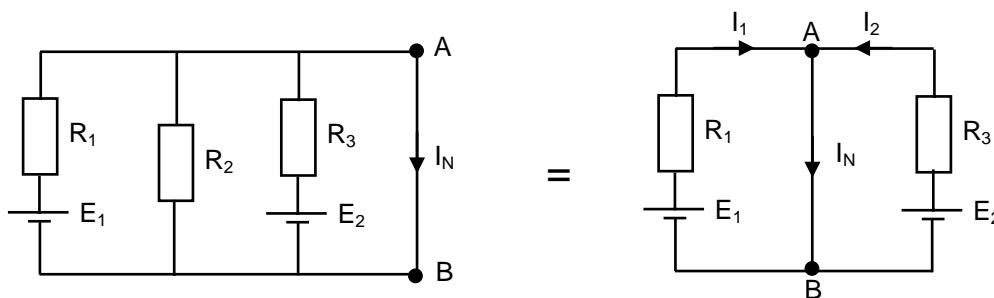


- On donne : $E_1 = 10 \text{ v}$; $E_2 = 5 \text{ v}$; $R_1 = R_3 = R_4 = 100 \Omega$; $R_2 = 50 \Omega$
- Calculer le courant I en appliquant le théorème de Norton,

Solution :

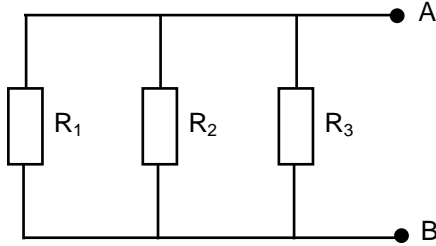
1) Calcul de I_N

On débranche la résistance R_4 et on court-circuite les bornes A et B, la configuration sera donc :



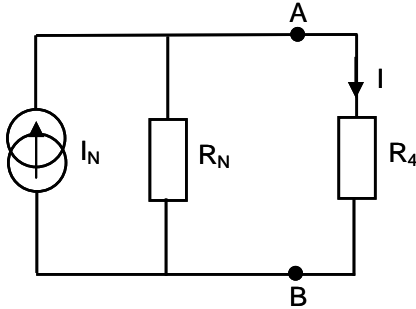
$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 = \frac{E_1}{R_1} \\ I_2 = \frac{E_2}{R_3} \end{array} \right. \Rightarrow I_N = I_1 + I_2 = \frac{10}{100} + \frac{5}{100} = 0,15 \text{ A}$$

2) Calcul de R_{Th}



$$R_{Th} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = 25 \Omega$$

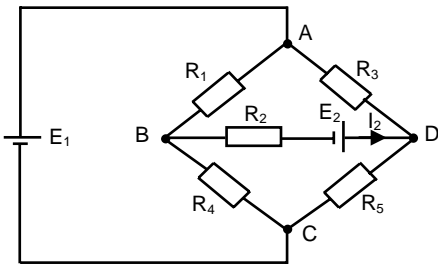
3) calcul de I_3



$$I = \frac{R_N}{R_N + R_4} I_N = 0,03 \text{ A}$$

1.3.3 - Exercice 3

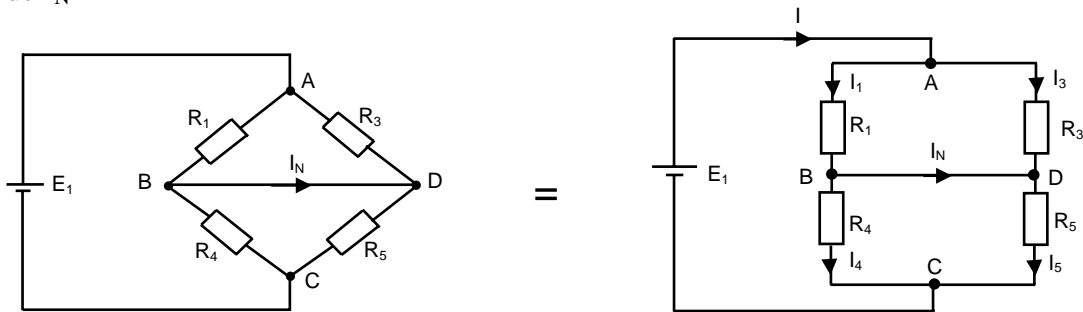
On considère le circuit électrique donné par la figure suivante :



- On donne : $E_1 = 10 \text{ v}$; $E_2 = 2 \text{ v}$; $R_1 = 60 \Omega$; $R_3 = 120 \Omega$; $R_4 = 180 \Omega$; $R_2 = 240 \Omega$; $R_5 = 90 \Omega$
- Calculer le courant I en appliquant le théorème de Norton,

Solution :

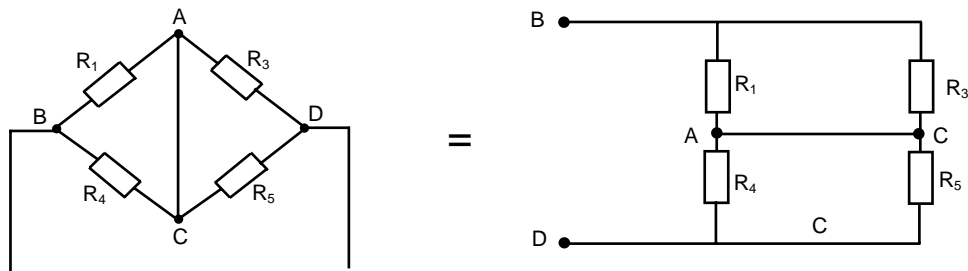
1) Calcul de I_N



$$\begin{cases} I_N = I_1 - I_4 \\ I_1 = \frac{R_3}{R_1 + R_3} I \\ I_4 = \frac{R_5}{R_4 + R_5} I \end{cases} \Rightarrow I_N = I \left[\frac{R_3}{R_1 + R_3} - \frac{R_5}{R_4 + R_5} \right]$$

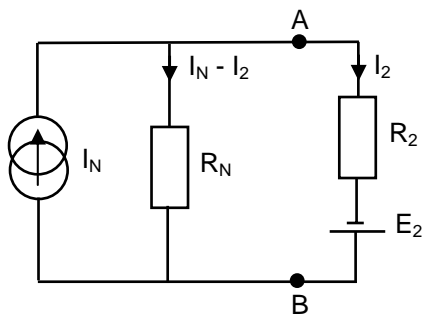
On a : $I = \frac{E}{R_{eq}}$ avec : $R_{eq} = \frac{R_3}{R_1 + R_3} + \frac{R_5}{R_4 + R_5} \Rightarrow I_N = \frac{E}{R_{eq}} \left[\frac{R_3}{R_1 + R_3} - \frac{R_5}{R_4 + R_5} \right] = 0,04 \text{ A}$

2) Calcul de R_{Th}



$$R_{Th} = \frac{R_1 \cdot R_4}{R_1 + R_4} + \frac{R_3 \cdot R_5}{R_3 + R_5} = 96,42 \Omega$$

3) calcul de I_2

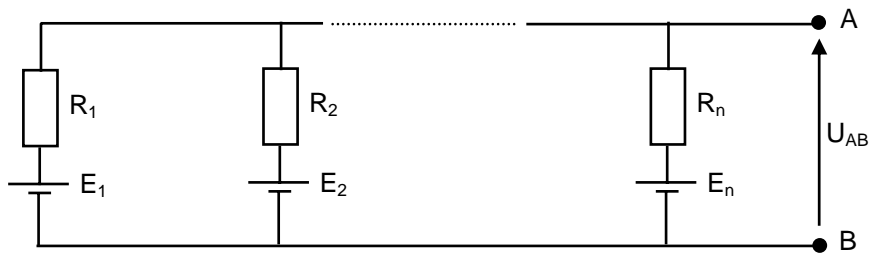


$$\begin{cases} E_2 + R_N (I_N - I_2) - R_2 I_2 = 0 \\ I_2 = \frac{R_N I_N + E_2}{R_N + R_2} = 17,4 \text{ mA} \end{cases}$$

2 - THEOREME DE MILLMANN

2.1 - Introduction

Ce théorème très pratique permet de déterminer la différence de potentiel aux bornes de plusieurs branches en parallèle (U_{AB}),



2.2 - Principe

$$U_{AB} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{E_i}{R_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}} = \frac{\sum_{i=1}^n E_i \cdot Y_i}{\sum_{i=1}^n Y_i}$$

Avec : $\begin{cases} i : \text{numéro de la branche} \\ Y : \text{admittance de la branche} \end{cases}$

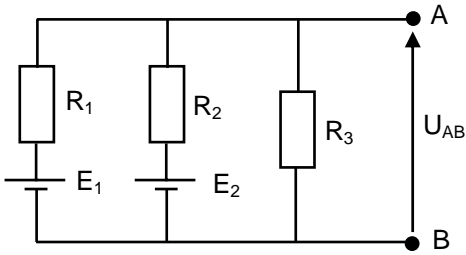
Remarque :

Si dans une branche, il n'y a pas de générateur, on considère que la f.e.m correspondante est nulle,

2.3 – Applications

2.3.1 - Exercice 1

On considère le circuit électrique donné par la figure suivante :



- On donne : $E_1 = 5 \text{ v}$; $E_2 = 20 \text{ v}$; $R_1 = 5 \Omega$; $R_2 = R_3 = 10 \Omega$
- Calculer U_{AB} ,

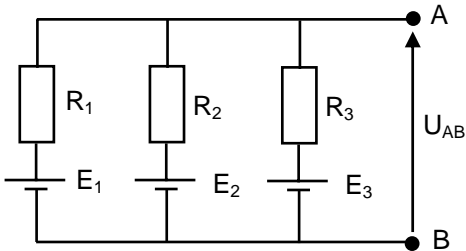
Solution :

Calcul de U_{AB} :

$$U_{AB} = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} + \frac{0}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{\frac{5}{5} + \frac{20}{10} + 0}{\frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}} = 7,5 \text{ V}$$

2.3.2 - Exercice 2

On considère le circuit électrique donné par la figure suivante :



- On donne : $E_1 = 5 \text{ v}$; $E_2 = 20 \text{ v}$; $E_3 = 4 \text{ V}$; $R_1 = R_3 = 2 \Omega$; $R_2 = 1 \Omega$
- Calculer U_{AB} ,

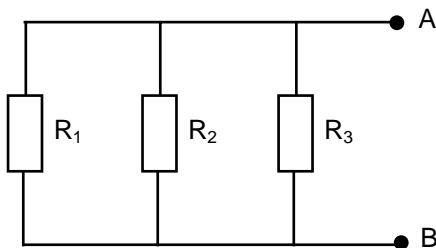
Solution :

1) Calcul de U_{AB}

$$U_{AB} = \frac{-\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} - \frac{E_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{-2 + \frac{5}{1} - \frac{4}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2}} = 0,75 \text{ V}$$

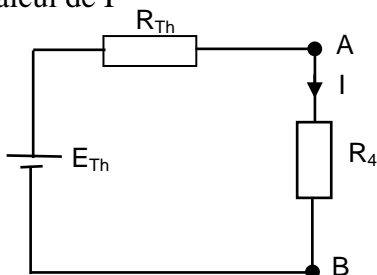
2) Calcul de I dans R_4

- Calcul de E_{Th} : on remarque que $E_{Th} = U_{AB} = 0,75 \text{ V}$
- Calcul de R_{Th}



$$R_{Th} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = 0,5 \Omega$$

3) calcul de I

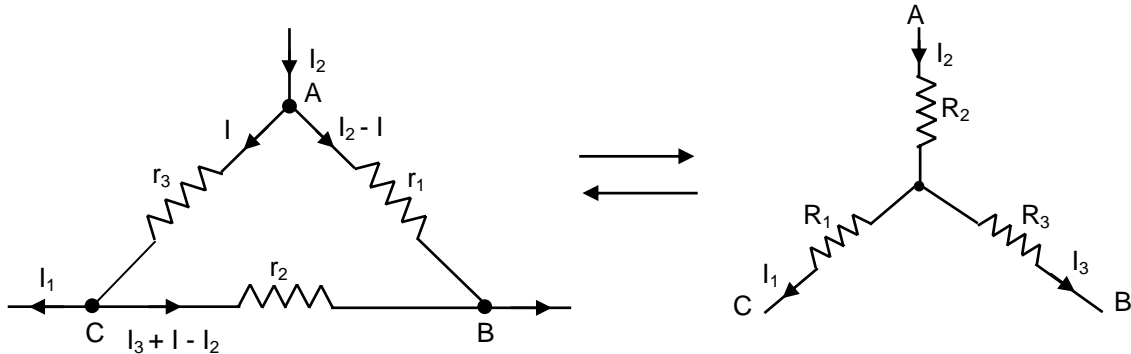


$$I = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + R_4} = 0,3 \text{ A}$$

3 - TRANSFORMATION DE KENNELLY

3.1 – Introduction

- C'est une transformation sur un réseau passif de résistances qui est souvent utile pour simplifier un réseau,
- Elle permet de transformer une étoile en triangle et réciproquement,



3.2 - Démonstration

On démontre cette identité en utilisant le théorème de superposition,

Intensité supposée nulle	Résistance entre	dans l'étoile (Y)	Dans le triangle (Δ)
I_1	A - B	$R_2 + R_3$	$\frac{r_1 (r_2 + r_3)}{r_1 + r_2 + r_3}$
I_2	A - C	$R_2 + R_1$	$\frac{r_3 (r_1 + r_2)}{r_1 + r_2 + r_3}$
I_3	B - C	$R_1 + R_3$	$\frac{r_2 (r_1 + r_3)}{r_1 + r_2 + r_3}$

- En superposant ces trois régimes permanents, on obtient le régime permanent le plus général,
- Pour avoir les mêmes intensités et les mêmes d.d.p dans les deux montages, il faut que les résistances entre les nœuds soient les mêmes dans les deux montages,

Soient :

$$\left\{ \begin{array}{l} R_2 + R_3 = \frac{r_1 \cdot (r_2 + r_3)}{r_1 + r_2 + r_3} \quad (1) \\ R_2 + R_1 = \frac{r_2 \cdot (r_1 + r_3)}{r_1 + r_2 + r_3} \quad (2) \\ R_1 + R_3 = \frac{r_3 \cdot (r_1 + r_2)}{r_1 + r_2 + r_3} \quad (3) \end{array} \right.$$

Calcul de R_1 :

$$(2) - (1) \Rightarrow R_1 - R_3 = \frac{r_2 \cdot r_3 + r_1 \cdot r_2 - r_1 \cdot r_2 - r_1 \cdot r_3}{r_1 + r_2 + r_3} = \frac{r_3 \cdot (r_2 - r_1)}{r_1 + r_2 + r_3}$$

$$((2) - (1)) + (3) \Rightarrow 2 \cdot R_1 = \frac{r_2 \cdot r_3 - r_1 \cdot r_3 + r_1 \cdot r_3 + r_2 \cdot r_3}{r_1 + r_2 + r_3} \Rightarrow R_1 = \frac{r_2 \cdot r_3}{r_1 + r_2 + r_3}$$

Donc :

$$\left\{ \begin{array}{l} R_1 = \frac{r_2 \cdot r_3}{r_1 + r_2 + r_3} \\ R_2 = \frac{r_1 \cdot r_3}{r_1 + r_2 + r_3} \\ R_3 = \frac{r_1 \cdot r_2}{r_1 + r_2 + r_3} \end{array} \right.$$

Et réciproquement :

$$\left\{ \begin{array}{l} r_1 = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3}{R_1} \\ r_2 = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3}{R_2} \\ r_3 = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3}{R_3} \end{array} \right.$$

3.3 - Exercice d'application :

Déterminer la résistance équivalente R_T du dipôle AD du réseau suivant en utilisant les règles de conversion de réseaux.

$$\begin{array}{l} R1 = 2\Omega \\ R2 = 4\Omega \\ R3 = 6\Omega \\ R4 = 5\Omega \\ R5 = 4\Omega \end{array}$$

