Chapitre 3

Extension simple Compression simple

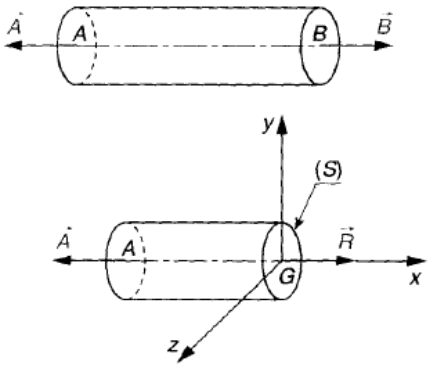
3.1 Extension simple

3.1.1 Définition

Une poutre est sollicitée a 1'extension simple lorsqu'elle est soumise a deux forces directement opposées, appliquées au centre de surface des sections extrêmes et qui tendent a l'allonger

Dans le repère de définition des sollicitations $\Re(\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ lie à la section droite (S), Les éléments de réduction en G du torseur des efforts de cohésion s'expriment par

$$\{\Im_{coh}\}=\begin{Bmatrix}\vec{R}\\ \vec{0}\end{Bmatrix} \text{ telque dans } \Re : \{\Im_{coh}\}=\begin{Bmatrix}N & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{Bmatrix}_G \text{ avec N > 0} \quad (\text{N< 0 : compression})$$



3.1.2 Essai de traction

a) Définition. Cet essai consiste à soumettre une éprouvette à un effort de traction, progressivement croissant, généralement jusqu'a la rupture. Pour pouvoir déterminer les caractéristiques d'un tel matériau.

- **Eprouvettes.** il existe deux types d'éprouvettes, suivant la forme du produit que l'on doit essayer

Genie Mécanique - ISET Sfax

- forme cylindrique (a) pour les métaux en barres et pour $d \geq 4mmm$;

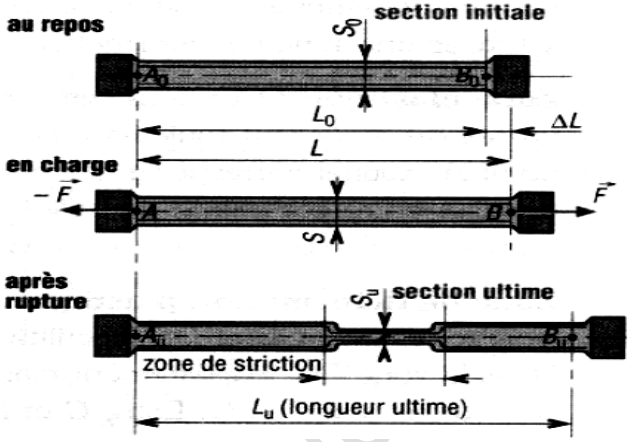
- forme prismatique (b) pour les métaux en feuilles et pour : largeur $\leq$ 8 x épaisseur.

Les dimensions de 1'eprouvette doivent satisfaire à certaines normes. La partie centrale est calibrée.

Avec L_0 = longueur entre repères ;

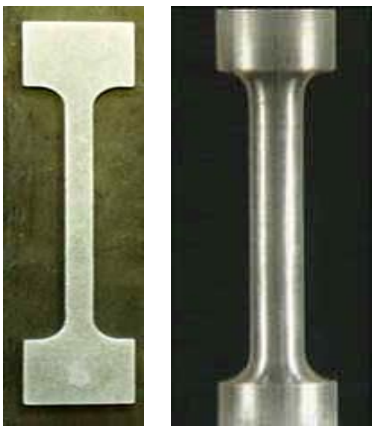
S_0 = section.

Pour 1'éprouvette a section circulaire, $L0 = K\sqrt{S_0}$ (avec $K = 5{,}65$).



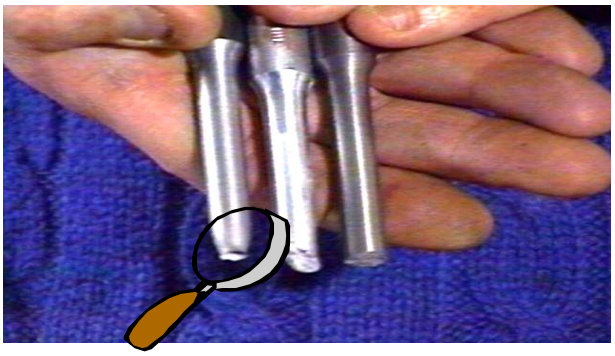
1 - Machine à essai de traction

2 – Détail des mors et de l'éprouvette



3 – Éprouvettes cylindrique et plane

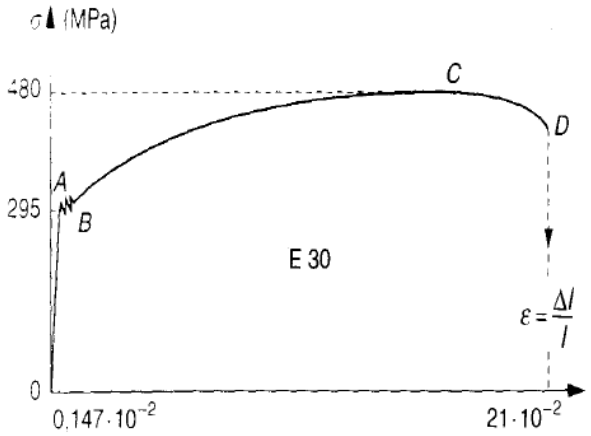
4 – Rupture d'éprouvette



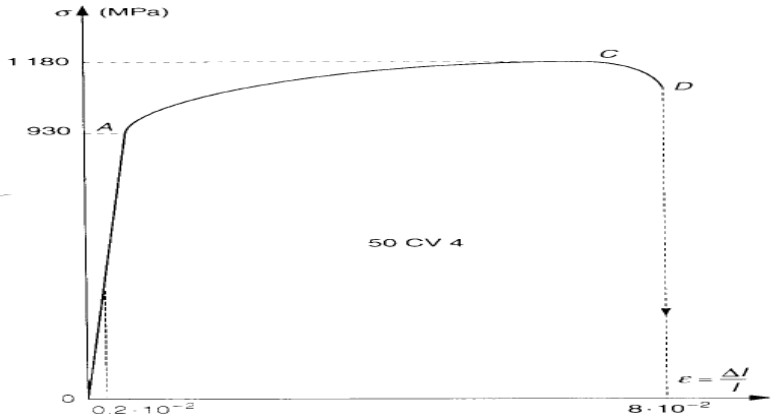
5 – Striction et formes de la cassure d'éprouvette

b) **Exemple d'enregistrement d'essai :**

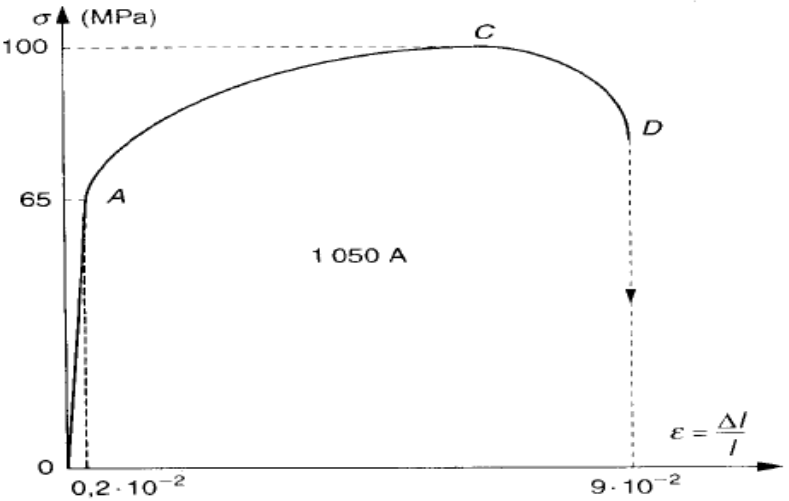
- **AcierE30 (fig1):** est acier de construction d'usage général. Il se présente sous la forme de tôles.



- **Acier 50CV4 (fig2) :** est acier à ressort au chrome-vanadium Trempé à l'huile à 850°C suivi d'un revenu à 600°C.



- **Aluminium 1050A (fig 3) :** est aluminium d'usage courant en électroménager.



Genie Me SET Siliana

c) Conduite de l'essai :

La courbe de traction présente habituellement une portion initiale linéaire (OA) . Le long de OA, la déformation est réversible. C'est-à-dire que si on supprime 1'effort d'extension, l'éprouvette revient à sa longueur initiale l_0

Cette portion constitue le domaine élastique.

Au-delà de OA, les déformations ne sont plus réversible elles sont permanentes, on dit que l'éprouvette à subi une déformation plastique.

A partir du point repéré C sur les trois courbe et Expérimentalement on- constate qu'il se forme une **striction**. Ce processus conduit à la rupture (en D).

3.1.3 Etude des caractéristiques mécaniques tirées de l'essai

- **Limite élastique R_e (ou σ_e) :**elle peut être apparente lorsque le point A etst clairement défini sur la courbe, ou conventionnelle ($R_{p0,2}$) lorsque le point A n'est pas marqué .ex : pour l'acier S295, R_e = 295 MPa.

  Pour l'acier 50CV : $R_{p0,2}$ = 930MPa

  Pour l'aluminium1050A : $R_{p0,2}$ = 65MPa

- **Module d'élasticité longitudinale on module de Young, E :** dans la zone élastique, c'est le rapport de proportionnalité entre la contrainte normale σ et l'allongement unitaire ε .

$$E = \frac{\frac{F}{S_0}}{\frac{\Delta l}{l_0}} \quad soit \quad E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad (enMPa)$$

- **Résistance à la traction R_m :** c'est la contrainte normale $\sigma_{max} = R_m$ correspondant au maximum de force appliquée sur l'éprouvette. ex : pour l'acier S295

  R_m = 480MPa.

- **Allongement A % :**. Soit L_u la longueur ultime entre repères, mesurée après rupture de 1'eprouvette en rapprochant les deux fragments.

$$A\% = \frac{L_u - L_0}{L_0} \times 100$$

  Pou l'acier S295, A% = 21

- **Striction Z % :** soit S_0 la section initiale de 1'eprouvette. Soit S_u la section minimale de I'éprouvette après rupture

Genie Mécanique - ISET Siliana

$$Z\% = \frac{S_u - S_0}{S_0} \times 100$$

	S295	*50CV4*	*1050A*
R_e (MPa)	295		
$R_{p0,2}$(MPa)		930	65
E(MPa)	200 000	207 000	72 000
R_m(MPa)	480	1180	100
A%	21	8	9

Caractéristiques de quelques matériaux

Aciers d'usage général

Nuances	Rr (MPa)	Re (MPa)	E (MPa)
S 185 (A33)	290	185	190000
S 235 (E24)	340	235	190000
S 275 (E28)	410	275	190000
S 355 (E36)	490	355	190000

Aciers de construction mécanique

Nuances	Rr (MPa)	Re (MPa)	E (MPa)
E 295 (A50)	470	295	200000
E 335 (A60)	570	335	200000
E 360 (A70)	670	360	200000

Aciers pour traitements thermiques

Nuances	Rr (MPa)	Re (MPa)	E (MPa)
C 22 (XC 18)	410 à 980	255 à 600	210000
C 25 (XC 25)	460 à 690	285 à 370	210000
C 35 (XC 38)	570 à 830	335 à 490	210000
C 40 (XC 42)	620 à 880	355 à 520	210000
C 45 (XC 48)	660 à 930	375 à 580	210000
C 50 (XC 50)	700 à 980	395 à 600	210000

Aciers faiblement alliés

3.1.3.1.1 Nuances	**Rr (MPa)**	**Re (MPa)**	**E (MPa)**
48 Cr 2 (38 C 2)	600 à 900	350 à 550	210000
100 Cr 6 (100 C6)	850 à 1250	550 à 850	210000
13 Ni Cr 14 (14 NC 11)	800 à 1450	650 à 900	210000
20 Ni Cr Mo 7 (18 NCD 6)	800 à 1500	700 à 900	210000
36 Ni Cr Mo 16 (35 NCD 16)	1000 à 1750	800 à 1250	210000
34 Cr Mo 4 (35 CD 4)	700 à 1200	500 à 850	210000

Aciers fortement alliés

Génie Mécanique - ISET Siliana

Nuances	Rr (MPa)	Re (MPa)	E (MPa)
X 2 Cr Ni 19.11 (Z3 CN 19-11)	440 à 640	185	
X 6 Cr Ti 18.10 (Z6 CNT 18-10)	490 à 690	205	

Fontes

Nuances	Rr (MPa)	Re (MPa)	E (MPa)
EN GJL 200 (FGL 200)	200	130	100000
EN GJL 400 (FGL 400)	400	260	140000
EN GJS 500-7 (FGS 500-7)	500	320	168000
EN GJS 900-2 (FGS 900-2)	900	600	170000
EN GJMW 250-10 (MB 400-10)	400	220	170000
EN GJMB 350-10 (MN 350-10)	350	230	170000
EN GJMB 650-3 (MN 650-3)	650	430	170000

Nota : La nuance entre parenthèses correspond à l'ancienne norme de désignation des matériaux

3.1.4 Loi de Hooke :

Dans le cas d'un solide en forme de poutre, l'effort unitaire longitudinal σ est proportionnel à l'allongement relatif $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$

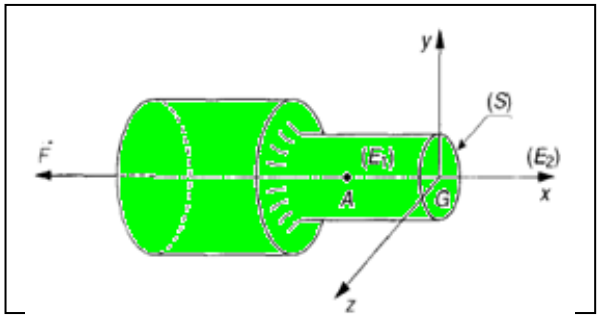
$\sigma = E\varepsilon$ avec : σ = contrainte d'extension (MPa).

E = Module de Young (MPa).

ε = Allongement relatif (sans unité).

La loi de Hooke n'à un sens que dans le domaine élastique.

3.1.5 Etude des contraintes :



Considérons le tronçon (E_1) limité par (S)

Soit $\Re = (G, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, le repère de définition

des sollicitations dans (S) et $\{ \Im_{coh} \}$ le torseur

associe aux efforts de cohésion exercés par (E_2)

sur (E_1) à travers (S) : $\{ \Im_{coh} \} = \begin{Bmatrix} \vec{R} \\ \vec{M}_G \end{Bmatrix}$

Exprimons les éléments de réduction en G du torseur de cohésion

$\begin{Bmatrix} \vec{R} = -\vec{F} \\ \vec{M}_G = \vec{0} \end{Bmatrix}$ Avec $\vec{N} = \|\vec{F}\|\vec{x}$

Genie Mécanique - ISET Siliana

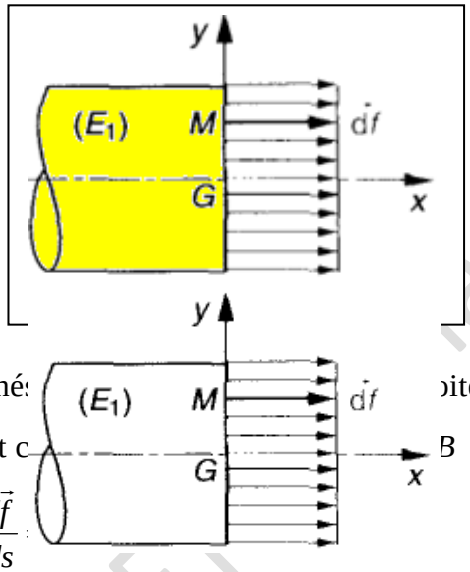
Les résultats de 1'essai d'extension permettent de faire un certain nombre d'hypothèses

- une section droite reste plane et perpendiculaire

à l'axe de 1'eprouvette;

- entre deux sections droites quelconques.

1'allongement unitaire $\frac{\Delta l}{l}$ est le même.



On peut donc en conclure que les efforts de cohé ...oite sont perpendiculaires a (S), uniformément repartis dans *(S)* et c... B

Or $\vec{R} = \sum_{(s)} \vec{C}(M,\vec{x})ds$ en extension simple $\vec{C}(M,\vec{x}) = \frac{d\vec{f}}{ds}$

Projetons sur l'axe $(G,\vec{x}); N = \sum_{s} \sigma \ ds.$

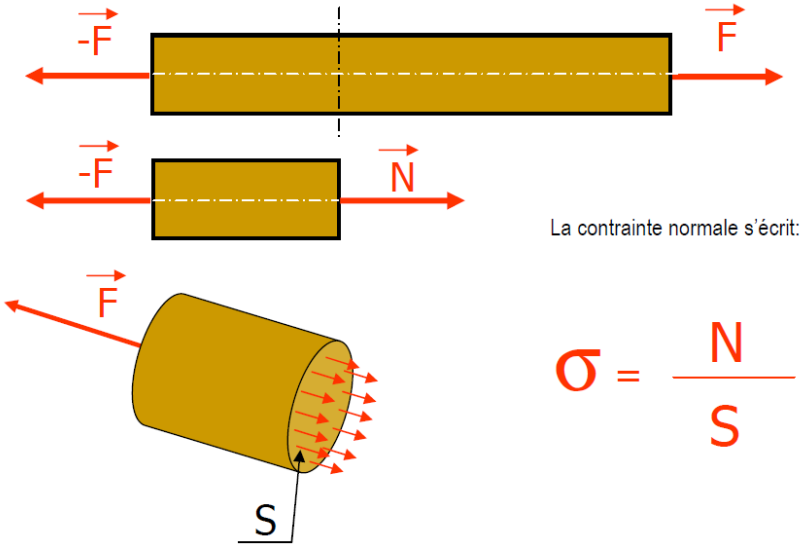
Les efforts élémentaires de cohésion étant uniformément repartis dans (S) on écrira alors $N = \sigma \ S$

et donc $\sigma = \frac{N}{S}$

Avec : σ = contrainte normale d'extension ($\sigma > 0$) en MPa,

N = effort normal d'extension $(N > 0)$ en N,

S = aire de la section droite en mm^2.



La contrainte normale s'écrit:

$$\sigma = \frac{N}{S}$$

3.1.6 Relation entre l'effort normal N et l'allongement Δl

Notons d'abord qu'en extension : $N > 0$ et $\Delta l > 0$.

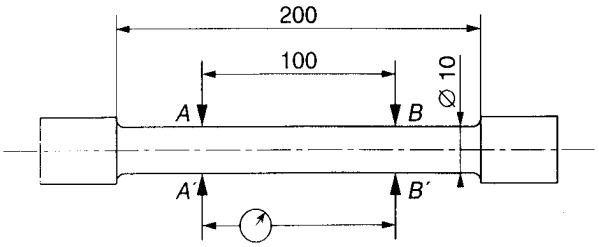
$\sigma = E\varepsilon$ avec $\sigma = \frac{N}{S}$ et $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$

$\frac{N}{S} = E\frac{\Delta l}{l}$ on peut donc exprimer l'allongement Δl : $\Delta l = \frac{Nl}{ES}$.

Une poutre tendue, de longueur l, de section S, construite d'un matériau de module de Young E et sollicitée dans une section droite quelconque par un effort normal $N > 0$ connu, s'allonge de Δl.

3.1.7 Application : caractéristiques mécaniques d'un matériau :

Soit une éprouvette en acier S295 (E30) avec d = 10mm et la longueur initiale entre les repères A et B est l_0 = 100mm. Dans la zone OA des déformations élastiques, on donne les résultats du tableau de mesure :

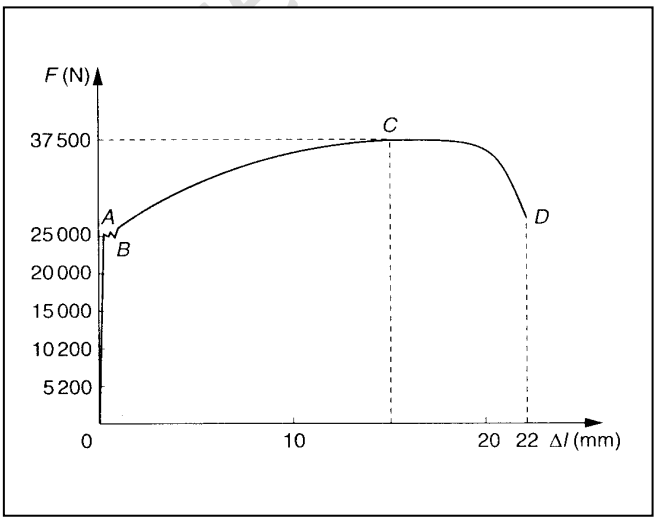


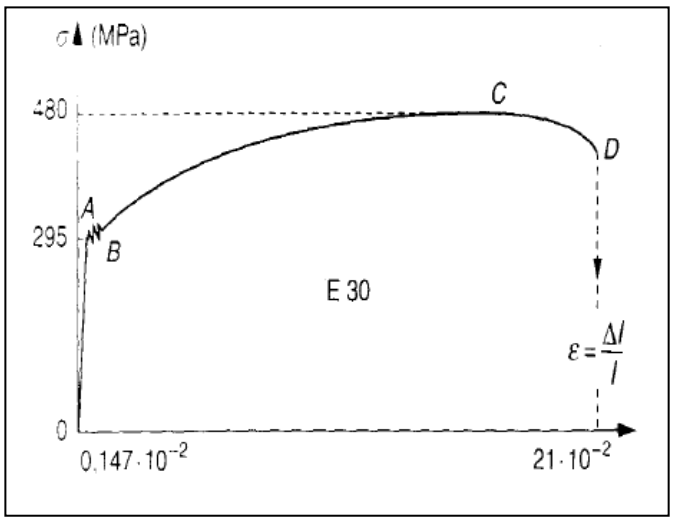
$\|\vec{F}\|$ (dN)	520	1020	1500	2000	2500
Δl (mm)	0,03	0,06	0,09	0,12	0,16

1- Tracer la courbe de F(Δl) et la courbe conventionnelle de $\sigma(\frac{\Delta l}{l_0})$

2- Déterminer le module de Young E, la résistance à l'extension R_m, et l'allongement A%

Réponse :





$\|\vec{F}\|$ *(N)*	*5200*	*10200*	*15000*	*20000*	*25000*
σ **(MPa)**	66,21	129,87	190,98	254,65	**318,31**
ε	$3\ 10^{-4}$	$6\ 10^{-4}$	$9\ 10^{-4}$	$12\ 10^{-4}$	$\mathbf{16\ 10^{-4}}$
E (MPa)	$\mathbf{2{,}2\ 10^{5}}$	$\mathbf{2{,}16\ 10^{5}}$	$\mathbf{2{,}12\ 10^{5}}$	$\mathbf{2{,}12\ 10^{5}}$	$\mathbf{1{,}99\ 10^{5}}$

$E \approx 2{,}1210^{5}\,MPa$

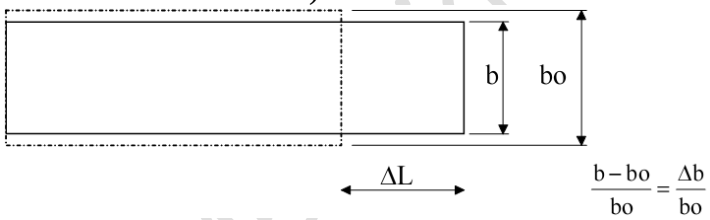
$R_e \approx 300MPa$

$R_m \approx 477MPa$

$A\% = 22$

Déformation longitudinale et transversale

Pendant l'essai de traction la longueur de l'éprouvette **augmente** et sa section **diminue**. Dans la zone élastique, l'éprouvette s'allonge et la déformation longitudinale $\frac{\Delta l}{L_0}$ (suivant la direction de la force) s'accompagne d'une déformation transversale $\frac{\Delta b}{b_{à}}$ (suivant la direction perpendiculaire à celle de la force):



La relation entre la déformation longitudinale et celle du transversale est définit par :

$$\frac{\Delta b}{b_{à}} = -\nu \frac{\Delta l}{L_0}$$

Ou encore on note;

$$\varepsilon_y = -\nu.\varepsilon_x$$

Avec υ est le coefficient de poisson.

Genie Mécanique - ISET Siliana

3.1.8 Condition de résistance

Pour des raisons de sécurité, la contrainte normale σ doit rester inférieure à une valeur limite appelée contrainte pratique à l'extension σ_{pe} :

On a : $\sigma_{pe} = \frac{R_e}{s}$

En construction mécanique le coefficient de sécurité s varie en général entre 2 et 5

La condition de résistance s'écrit : $\sigma \leq \sigma_{pe}$, ou : $\frac{N}{S} \leq \sigma_{pe}$

Coefficient de sécurité s_e : quelques valeurs	
1.5 à 2 :	Cas exceptionnels de grande légèreté. (hypothèses de charges surévaluées)
2 à 3 :	Construction où l'on recherche la légèreté (aviation). Hypothèses de calcul la plus défavorable (charpente avec vent ou neige, engrenages avec une seule dent en prise ...)
3 à 4 :	Bonne construction, calculs soignés, haubans fixes
4 à 5 :	Construction courante (légers efforts dynamiques non pris en compte. Treuils)
5 à 8 :	Calculs sommaires, efforts difficiles à évaluer (cas de chocs, mouvements alternatifs, appareils de levage)
8 à 10 :	Chocs important, élingues de levages
10 à 15 :	Chocs très importants, très mal connus (presses). Ascenseurs.

3.1.9 Application :

Un tirant de 2 m de long supporte dans une section droite quelconque un effort normal d'extension N = 5 000 N.. I1 est en acier pour lequel :

σ_{pe} =100MPa ; E=2 10^5 MPa

Déterminer le diamètre minimal du tirant et son allongement.

SOLUTION

Le diamètre minimal nous est donné par la condition de résistance $\sigma \leq \sigma_{pe}$ soit

$$\frac{N}{S} \leq \sigma_{pe} \text{ d'où } S \geq \frac{N}{\sigma_{pe}}$$

Soit $S \geq \frac{5000}{100}$; $S \geq 50mm^2$

$d \geq 8mm$

L'allongement est donné par la loi de Hooke :

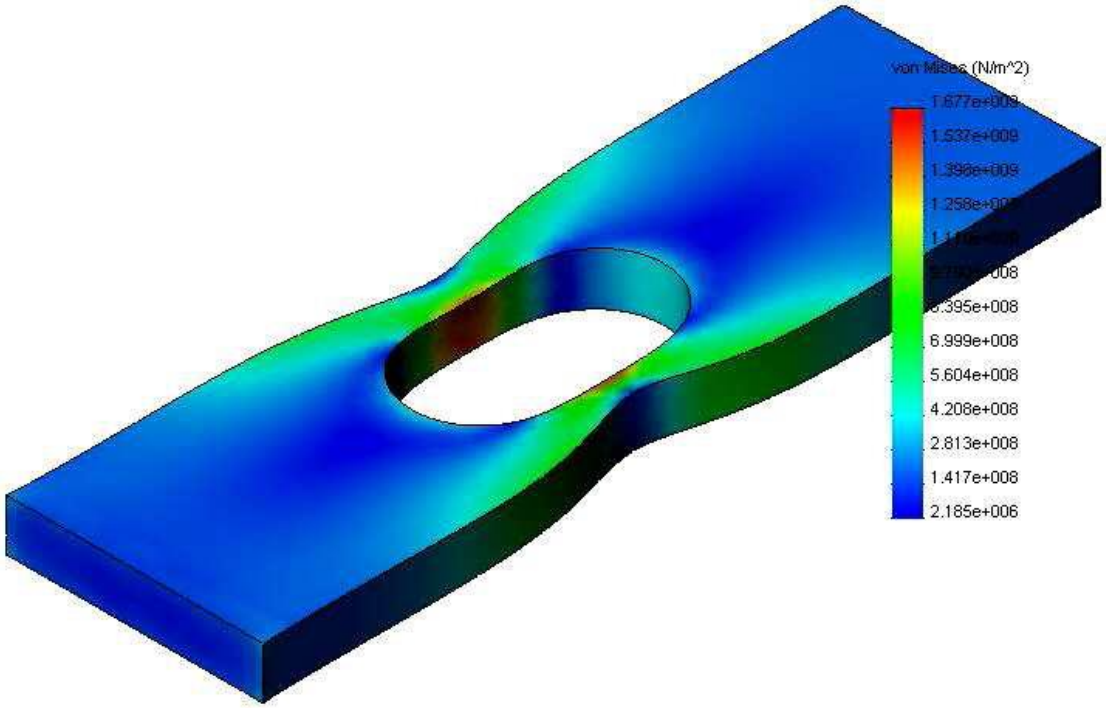
$\sigma = E\varepsilon$ avec $\sigma = \frac{N}{S}$ et $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$

D'où $\Delta l = \frac{Nl}{ES} = \frac{5000 \times 2 \times 10^3}{50 \times 2 \times 10^5}$ $\Delta l = 1mm$

3.1.10 Concentrations de contraintes

Quand la poutre présente de brusques variations de section ; filetage, rainure de clavetage, épaulement..., au voisinage du changement de section la répartition des contraintes n'est plus uniforme et la contrainte réelle est plus grande que $\sigma = \frac{N}{S}$ il y a concentration de contrainte.

On prend alors : $\sigma_{réelle} = k\sigma$



Exemple

Considérons un arbre épaule qui subit un effort normal d'extension $N = \left\| \vec{F} \right\|$. Le coefficient K, de concentration de contrainte peut se déterminer en utilisant l'abaque CETIM

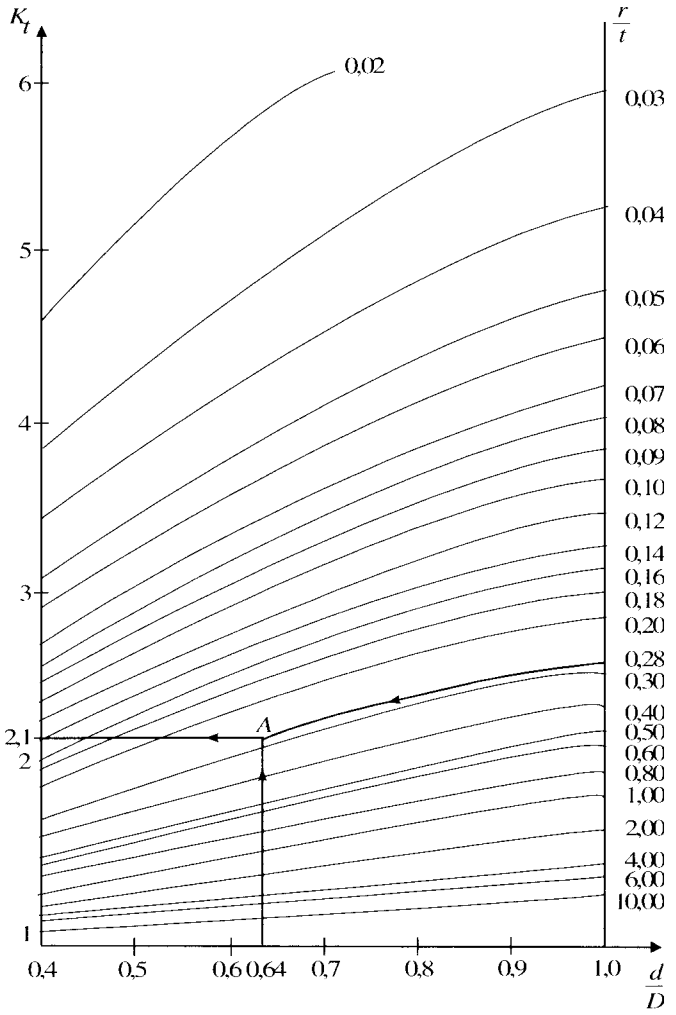
Avec par exemple : D = 100, d = 64, r = 5 et $t = \frac{D-d}{2} = 18$; on obtient :k=kt=2,1

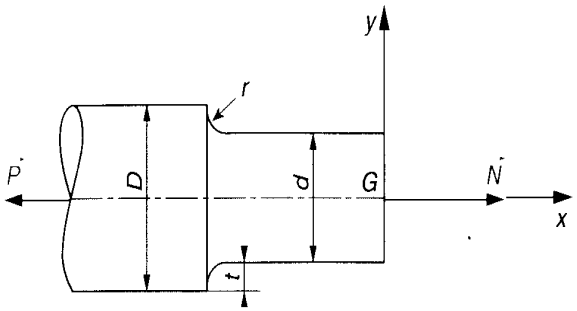
La contrainte d'extension se calcule facilement : $\sigma = \frac{N}{S}$ avec N=5 104 et d = 64

$\sigma = 15{,}54 MPa$

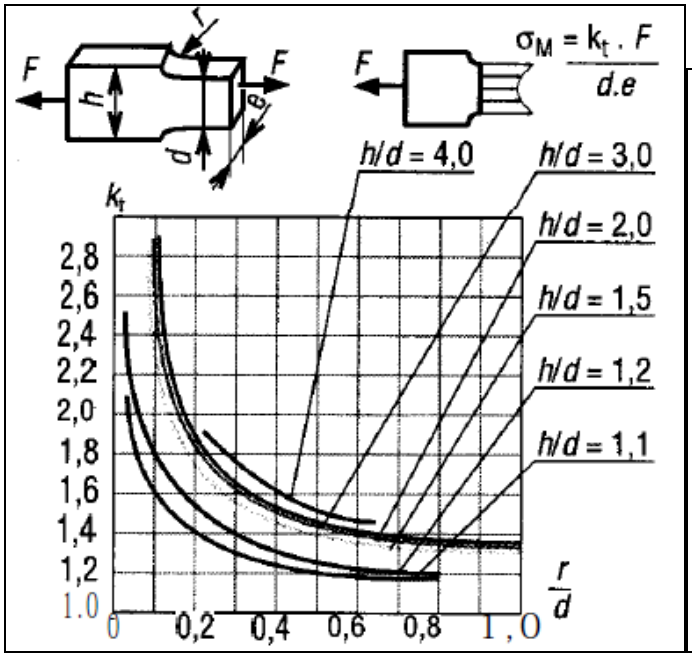
La contrainte réelle se trouve au niveau de la variation de section et vaut :

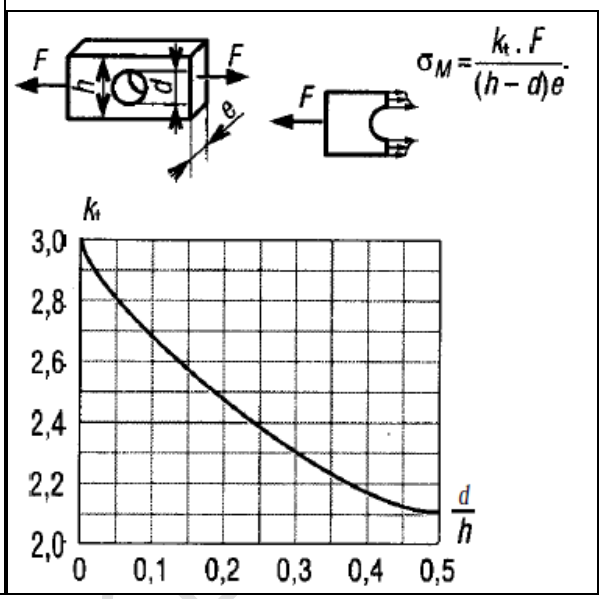
$\sigma_{réelle} = k_t \sigma = 32{,}64 MPa$

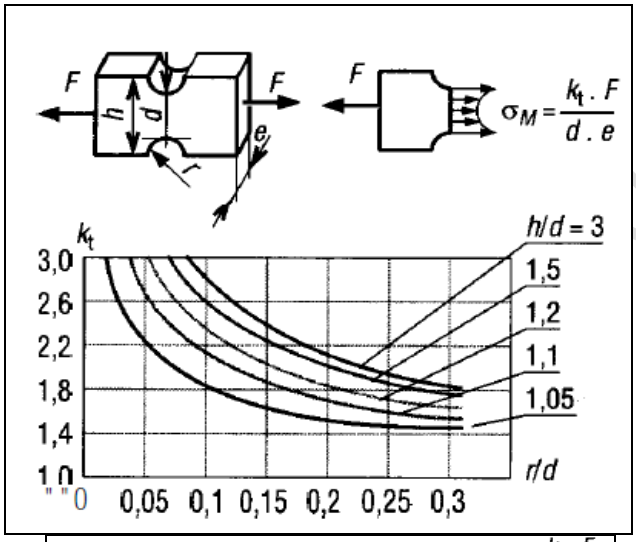


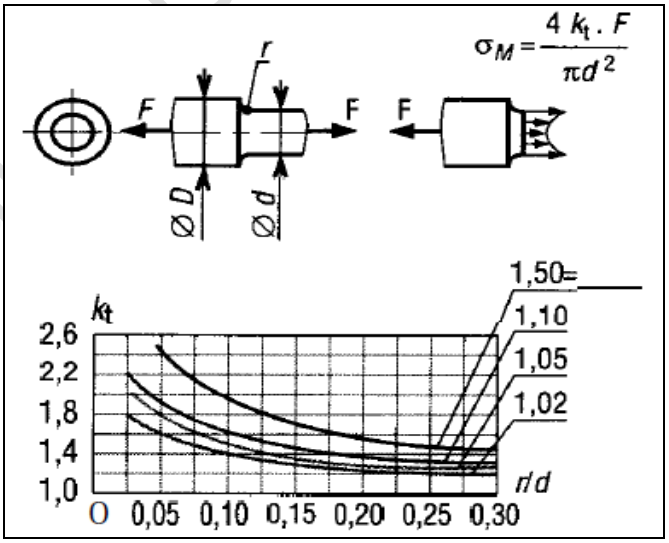


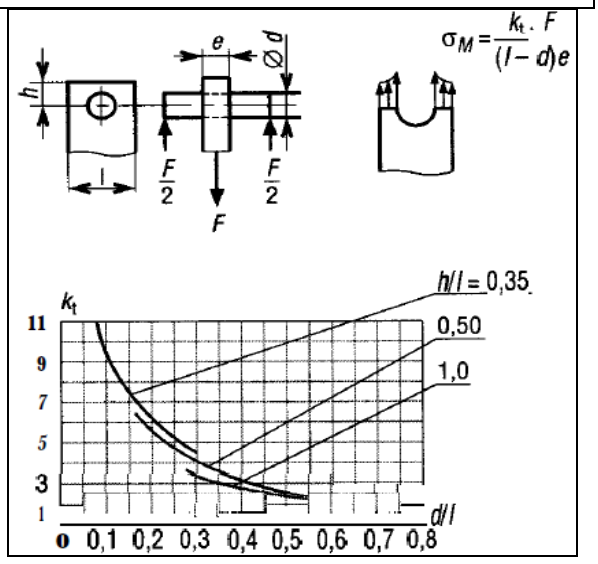
ESET Siliana

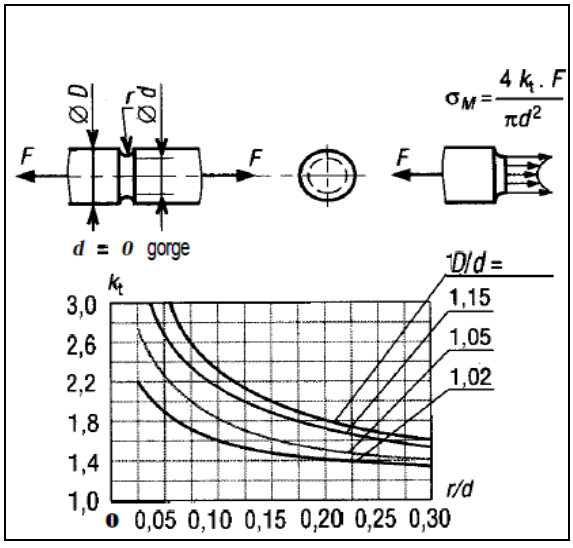

F
h
d
e
r
F
$\sigma_M = k_t \cdot \frac{F}{d.e}$
k_t
h/d = 4,0
h/d = 3,0
h/d = 2,0
h/d = 1,5
h/d = 1,2
h/d = 1,1
2,8
2,6
2,4
2,2
2,0
1,8
1,6
1,4
1,2
1.0
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1,0
r/d


F
h
d
e
F
$\sigma_M = \frac{k_t \cdot F}{(h-d)e}$
k_t
3,0
2,8
2,6
2,4
2,2
2,0
0
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
d/h

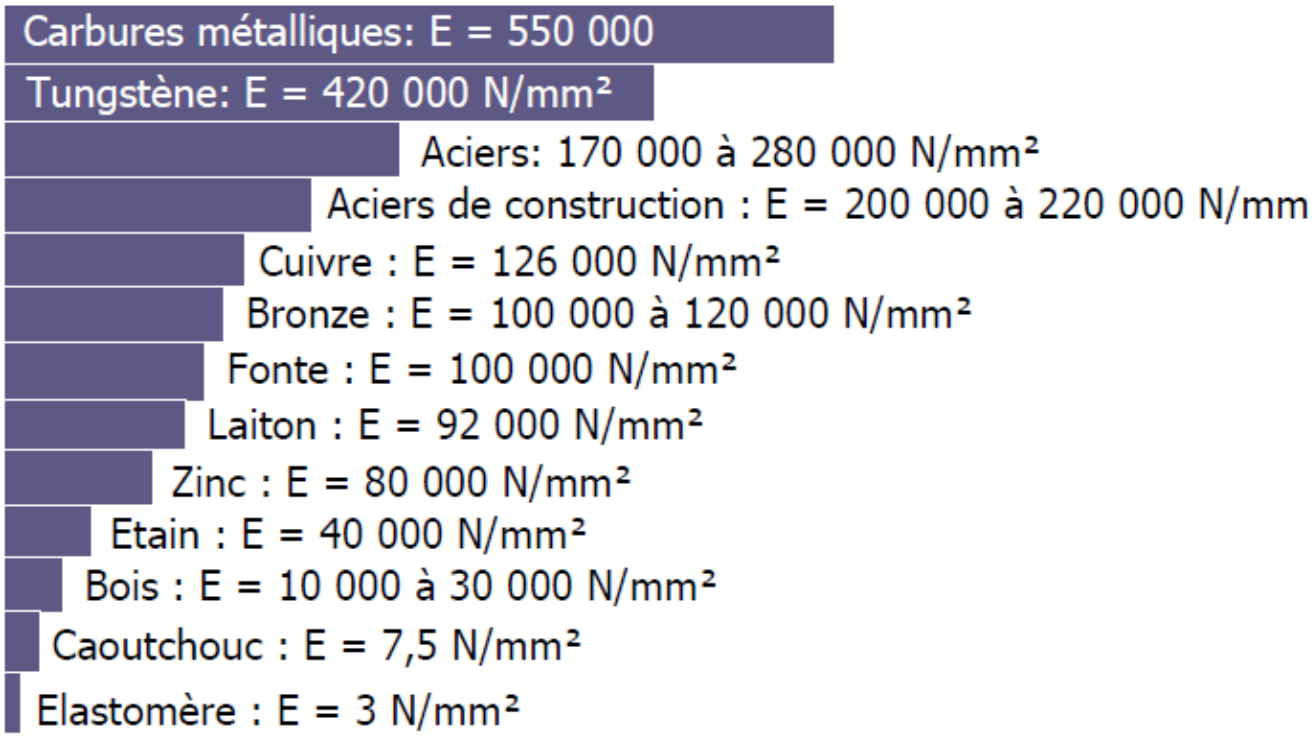

F
h
d
e
r
F
F
$\sigma_M = \frac{k_t \cdot F}{d \cdot e}$
k_t
h/d = 3
1,5
1,2
1,1
1,05
3,0
2,6
2,2
1,8
1,4
1,0
0
0,05
0,1
0,15
0,2
0,25
0,3
r/d


r
F
F
F
$\sigma_M = \frac{4\,k_t \cdot F}{\pi d^2}$
Ø D
Ø d
k_t
1,50
1,10
1,05
1,02
2,6
2,2
1,8
1,4
1,0
0
0,05
0,10
0,15
0,20
0,25
0,30
r/d


e
Ø d
h
l
$\frac{F}{2}$
$\frac{F}{2}$
F
$\sigma_M = \frac{k_t \cdot F}{(l-d)e}$
k_t
h/l = 0,35
0,50
1,0
11
9
7
5
3
1
0
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
0,8
d/l


Ø D
r
Ø d
F
F
F
$\sigma_M = \frac{4\,k_t \cdot F}{\pi d^2}$
d = 0 gorge
k_t
D/d =
1,15
1,05
1,02
3,0
2,6
2,2
1,8
1,4
1,0
0
0,05
0,10
0,15
0,20
0,25
0,30
r/d

Quelques exemples de la valeur de E :



TD Traction – Compression

Genie Mécanique

Exercice 1 : Soulèvement de charges

Un système permet de soulever des charges et utilise une barre cylindrique en acier S355 de diamètre 18mm de longueur 8m soumise à un effort de traction de 15.000N.

1) Calculer la contrainte de traction sur cette barre en MPa.
2) Calculer le coefficient de sécurité appliqué à la barre.
3) Calculer l'allongement de la barre lorsqu'elle soumise à l'effort de 15.000N.

Exercice 2 : Boulon

Soit un boulon de diamètre 12mm de longueur 200mm soumis à un effort de 5.000N, l'installation sur laquelle est monté ce boulon doit avoir un coefficient de sécurité de 3.

1) Calculer la contrainte de traction sur ce boulon en MPa.
2) Choisir la matière du boulon parmi les suivantes.

S185 : Re = 185MPa S235 : Re = 235MPa E295 : Re = 295MPa

S355 : Re = 355MPa E360 : Re = 360MPa C55 : Re = 420MPa

3) En fonction de la matière choisie, calculer le coefficient de sécurité réel appliqué au boulon.

4) Calculer l'allongement du boulon lorsqu'il est soumis à l'effort de 5.000N.

Exercice 3 : Câble

Un câble en acier E360 de masse volumique 7,8kg/dm³, de diamètre 6mm supporte un spéléologue de masse 80kg (g = 10N/kg) dans un puits de profondeur 800m.

1) Calculer le poids du câble.

2) Calculer la contrainte dans le câble.

3) Calculer le coefficient de sécurité.

4) Calculer l'allongement de ce câble.

5) Calculer l'allongement de ce câble du seul fait de son poids.

Genie Mécanique - ISET Siliana