

Chapitre n° 4 :

TECHNIQUES D'ORDONNANCEMENT :

Introduction :

L'ordonnement du projet est une programmation de ses tâches et des ressources nécessaires à leur exécution, qui respecte les différentes contraintes de projet. L'ordonnement est qualifié également de planification opérationnelle.

Il est marqué par l'utilisation de deux techniques complémentaires: le PERT et le GANTT.

{ (Durée, Tache) } → PERT ou CPM → Durée minimale de Projet
 (Ressources, contraintes) → GANTT → Calendrier de travail.

I- Le PERT et le CPM

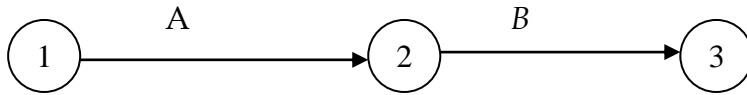
Le réseau est un graphe orienté qui permet de représenter les contraintes d'enchaînement entre les différents sous-ensembles à réaliser

1.1. Le graphe arc tâche (ou PERT) :

a. Définition : Le nom PERT est constitué par les initiales de Programme Evaluation and Review technique c'est à dire technique : d'évaluation et de contrôle des programmes.

La représentation que cette technique utilise est celle des graphes ordonnés possédant un sommet initial et un sommet final. Les sommets sont reliés entre eux par des arcs (représentant les contraintes de succession)

❖ **Exemple** : La tâche B suit la tâche A

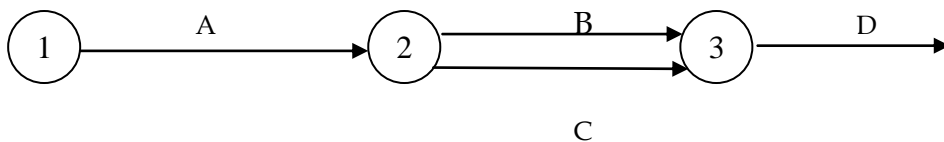


b. Les contraintes de représentation :

♦ *Entre deux sommets, il ne peut y avoir qu'un seul arc :*

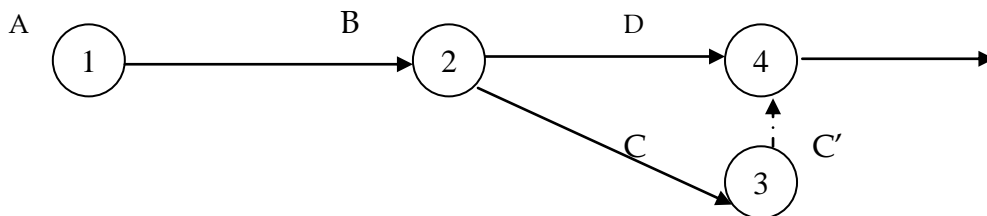
Exemple : Supposons qu'on ait le tableau des tâches d'un projet représenté comme indiqué ci-dessous :

Tâche	Tâches antérieures
A	-
B	A
C	A
D	B et C



Si on présentait le projet comme ci-dessus, on ne pourrait plus distinguer les éléments fin de tâche B et C (les deux tâches seraient confondues)

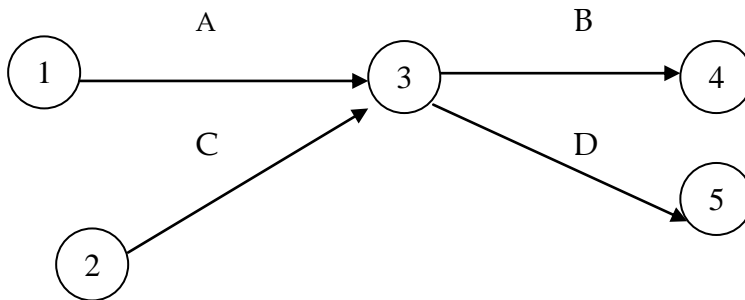
On est alors amené à introduire une tâche fictive de durée nulle (C').



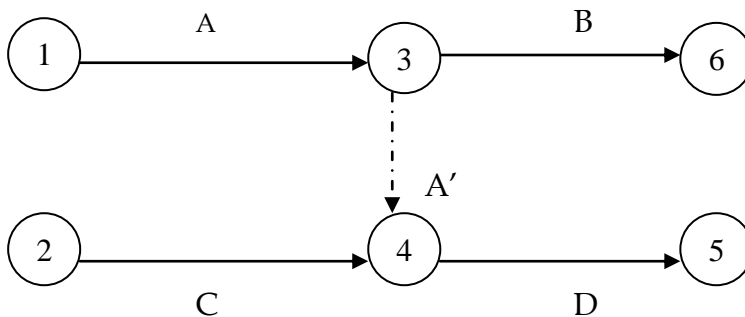
♦ *Ne pas introduire par le graphe des contraintes nouvelles*

Supposons qu'on ait le tableau des taches suivant :

Tâches	Tâches antérieures
A	-
B	A
C	-
D	A et C

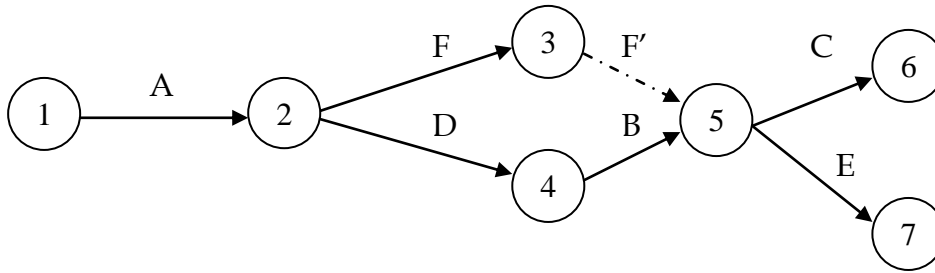


On exprime bien, les contraintes précédentes, mais on introduit une nouvelle contrainte (la tache B doit suivre aussi C).Or dans l'énoncé la tache B ne suit que la tache A. Il faut par conséquent introduire une tache fictive A'pour prendre en compte exactement les contraintes



♦ *Exercice d'application*

Tâches	Tâches précédentes
A	-
B	D
C	B et F
D	A
E	B et F
F	A

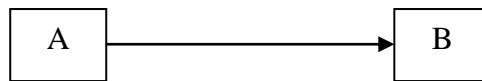


1.2. Le graphe potentiel tache:

a. Définition : Dans ce type de graphe se sont les sommets (rectangle) qui sont représentatifs des taches, les contraintes étant représentées par les arcs reliant les sommets entre eux.

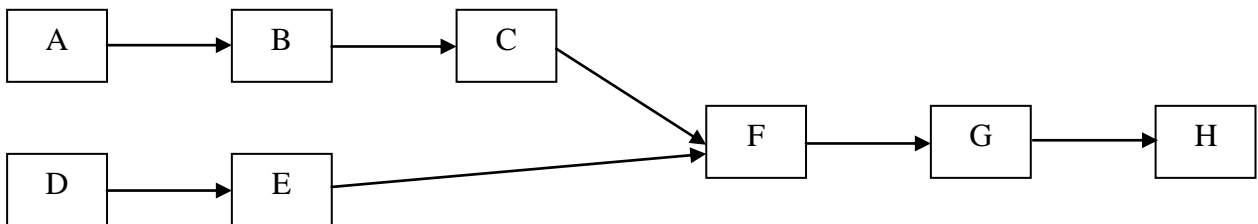
Les arcs sont orientés indiquant le sens dans lequel la contrainte intervient :

La tâche B suit la tâche A



◆ **Exemple :**

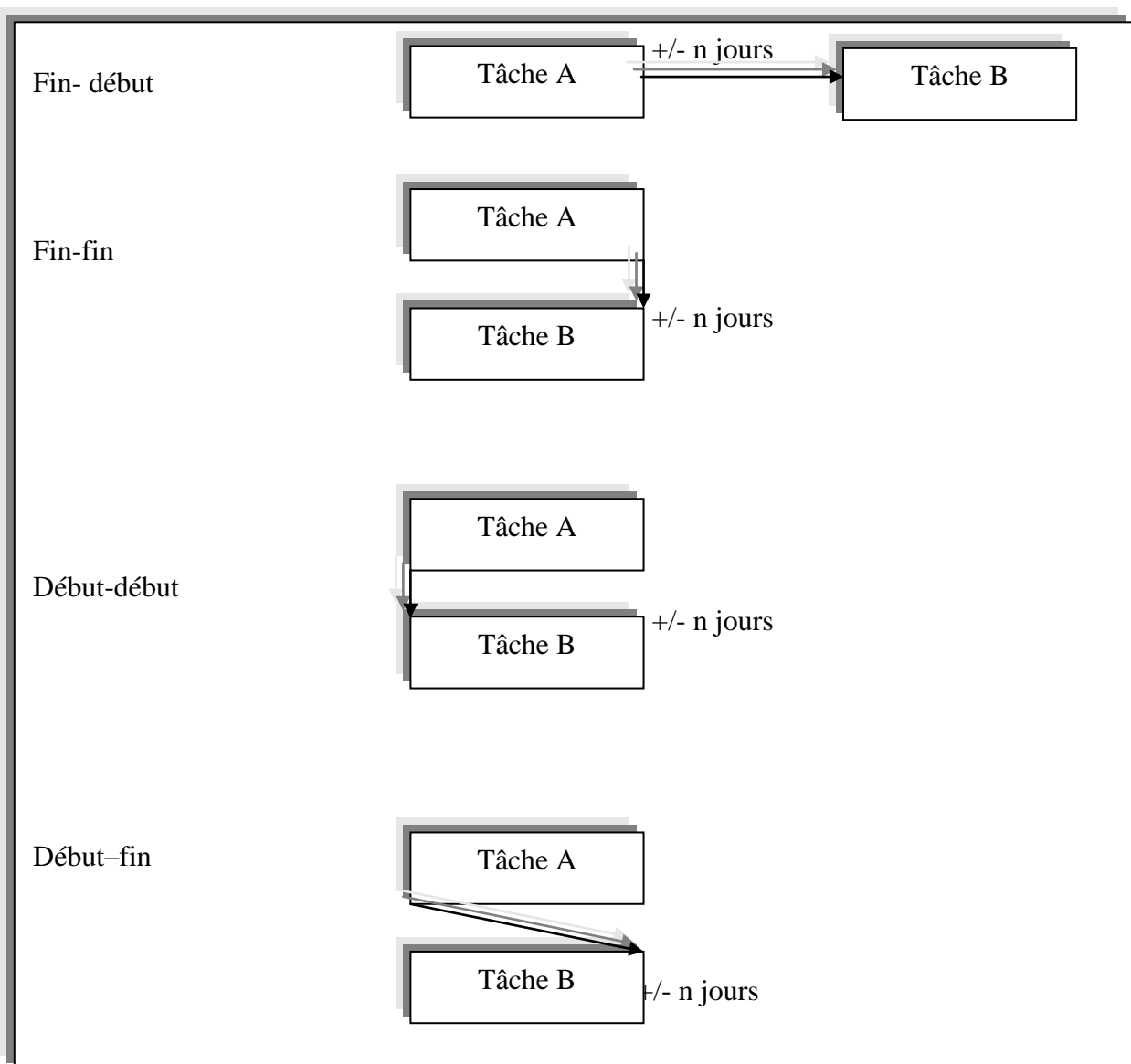
Taches	Taches antérieures
A	-
B	A
C	B
D	-
E	D
F	C et E
G	F
H	G



◆ *Les types de liens :*

Les liens entre les tâches représentent des contraintes provenant de la nature des tâches elles-mêmes. Il existe quatre types de liens :

- Le lien fin-début,
- Le lien fin-fin,
- Le lien début-début,
- Le lien début-fin

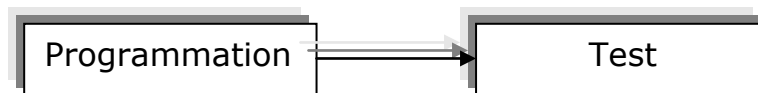


b. Les différents types de liens

- Le lien fin – début : Il est le plus courant

La tâche A doit être terminée pour que la tâche B puisse commencer. La tâche A est le prédécesseur de la tâche B. La tâche B est le successeur de la tâche A. On dit parfois que A est antécédente et B est subséquente.

Par exemple : la tâche de Programmation doit être terminée pour que la tâche de test puisse commencer.



- Lien fin – début

Ce lien peut être caractérisé par un délai, exprimé en jours. Si le délai est négatif (- n jours), on parle d'une avance. L'avance peut être exprimée en pourcentage de la charge restante (- x%).

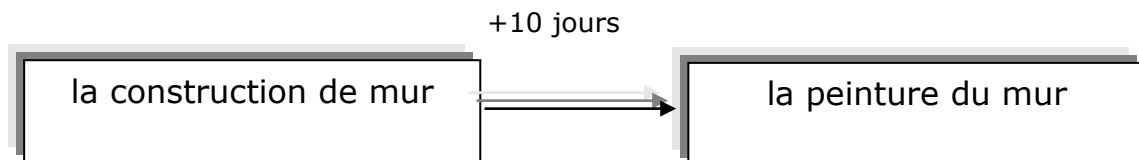
Par exemple, la tâche de Test peut commencer 10 jours avant la fin de la tâche de Programmation (- 10 jours), pour préparer l'environnement de test.



Lien fin – début avec avance

Si le délai est positif (+ n jours) on parle d'un retard

Par exemple, la tâche de la peinture du mur peut commencer 2 jours après la tâche de la construction de mur



Lien fin – début avec retard

- Le lien fin-fin signifie :

C'est la fin de la tâche A qui commande la fin de la tâche B. La tâche B ne peut s'arrêter que lorsque A s'arrête. Ce lien peut être également caractérisé par une avance ou un retard.

- Le lien début – début signifie :

C'est le début de la tâche A qui déclenche le début de la tâche B. B doit obligatoirement commencer quand A commence. Ce lien peut être également caractérisé par une avance ou un retard.

- Le lien début-fin signifie :

c'est le début de la tâche A qui marque la fin de la tâche B. La tâche B ne peut s'arrêter tant qu'A n'a pas commencé. Ce lien peut être également caractérisé par une avance ou un retard.

II- Le chemin critique :

Pour mettre en évidence le chemin critique, on calcule les paramètres clés attachés à chaque tâche du réseau. Pour chacune on veut obtenir :

- ✎ Les dates au plus tôt : dates de début au plus tôt et date de fin au plus tôt
- ✎ Les dates au plus tard : dates de début au plus tard et date de fin au plus tard
- ✎ La marge totale

La signification des dates au plus tôt et plus tard est la suivante :

Compte tenu des contraintes d'enchaînement, de durée des tâches et de la date de début de projet, la tâche T ne peut commencer avant la date de début au plus tôt et ne peut se terminer avant la date de fin au plus tôt.

Par ailleurs, compte tenu des contraintes d'enchaînements, de la durée des tâches et de la date de fin de projet, elle ne doit pas terminer après la date de fin au plus tard sans mettre le projet en retard. De même, elle ne doit pas commencer après la date de début au plus tard sinon la date de fin du projet serait dépassé.

Pour calculer ces dates, nous devons avoir la durée d_i de chaque tâche. On va supposer dans un premier temps qu'il n'y ait que des liens de type fin-début.

2.1. Date au plus tôt :

Pour calculer les dates au plus tôt de chacune des tâches, on va faire l'hypothèse d'une date de début de projet (t_0) et on va parcourir le graphe vers l'avant en respectant les liens.

Si la tâche T_i se situe en début de projet, la date de début au plus tôt est t_0 .
Sa date de fin au plus tôt est $(t_0 + d_i)$

$$\text{Date de début au plus tôt } (T_i) = t_0$$

$$\text{Date de fin au plus tôt } (T_i) = t_0 + d_i$$

Par exemple :

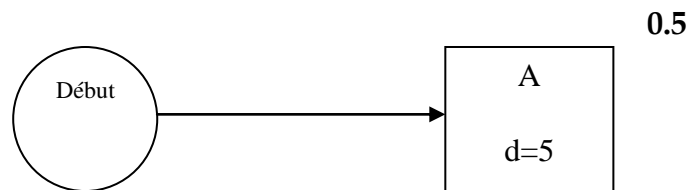


Figure 2.1 : Dates au plus tôt

Si la tâche T_i ne se situe pas en début de projet, elle a des prédécesseurs. Sa date de début au plus tôt est égale à la plus grande des dates de fin au plus tôt de tous ses prédécesseurs. Sa date de fin au plus tôt est obtenue en ajoutant la durée de la tâche.

$$\text{Date de début au plus tôt } (T_i) = \left\{ \text{sup. dates de fin au plus tôt des prédécesseurs} \right\}$$

$$\text{Date de fin au plus tôt } (T_i) = \text{Date de début au plus tôt } (T_i) + d_i$$

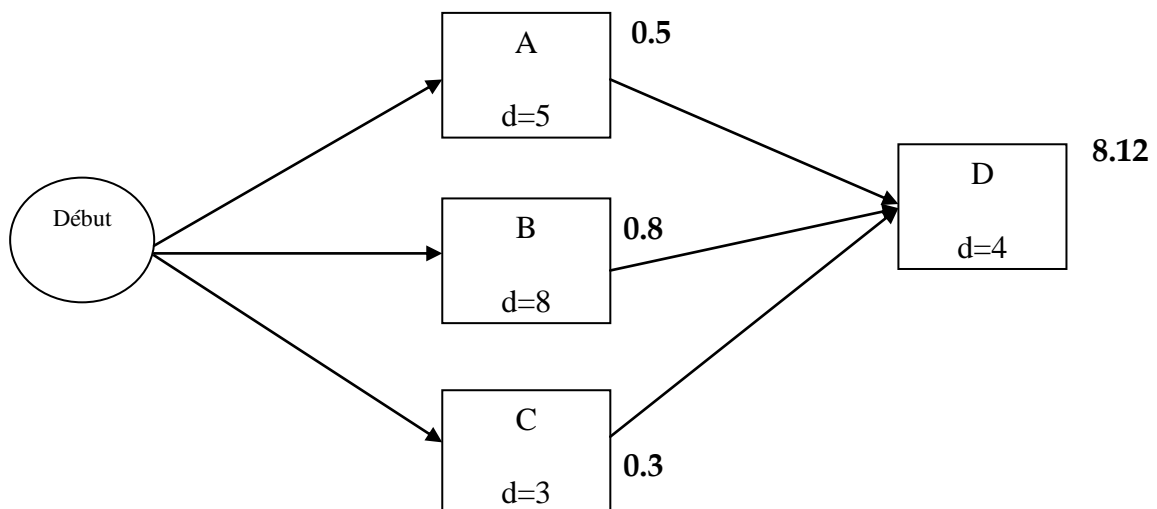


Figure 2.2 : Dates au plus tôt avec prédécesseurs

2.2. Date au plus tard :

Pour calculer les dates au plus tard de chacune des tâches, on va faire l'hypothèse d'une date de fin de projet et on va parcourir le graphe vers l'arrière en respectant les liens.

Soit t_f la date de fin de projet. Si la tâche T_i se situe en fin de projet, la date de fin au plus tard est (t_f)

$$\text{Date de fin au plus tard } (T_i) = t_f$$

$$\text{Date de début au plus tard } (T_i) = t_f - d_i$$

Par exemple :

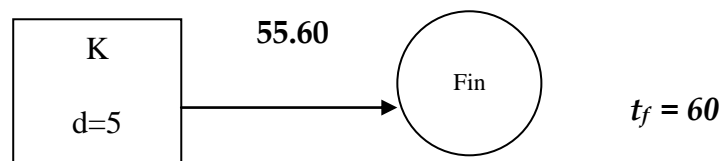


Figure 2.3 : Dates au plus tard

Si la tâche T_i ne se situe pas en fin de projet, elle a des successeurs. Sa date de fin au plus tard est égale à la plus petite des dates de début au plus tard de tous ses successeurs. Sa date de début au plus tard est obtenue en soustrayant la durée de la tâche.

Date de fin au plus tard (T_i) = inf. Dates de début au plus tard de tous ses successeurs

Date de fin au plus tard (T_i) = Date de début au plus tard - d_i

Par exemple :

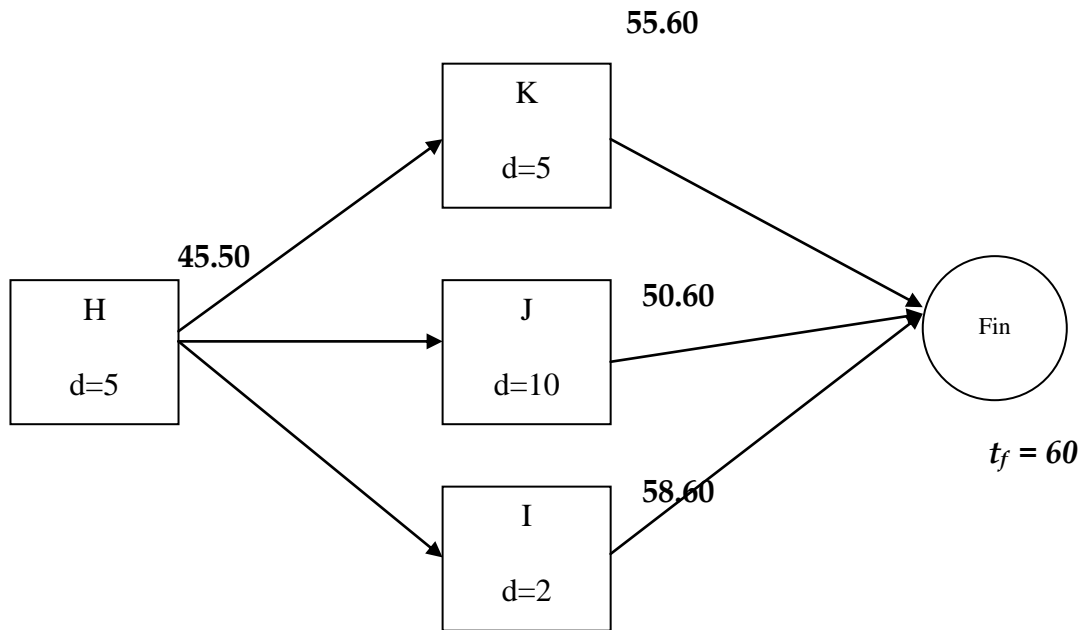


Figure 2.4 : Dates au plus tard avec successeurs

S'il y a d'autres types de liens, c'est la tâche maître qui impose les dates (début et/ou fin) de la tâche dépendante, aussi bien pour les tâches au plus tôt que pour les dates au plus tard

Par exemple, considérant que les dates attachées à chaque tâche se lisent dans l'ordre :

Début au plus tôt, fin au plus tôt
 Début au plus tard, fin au plus tard

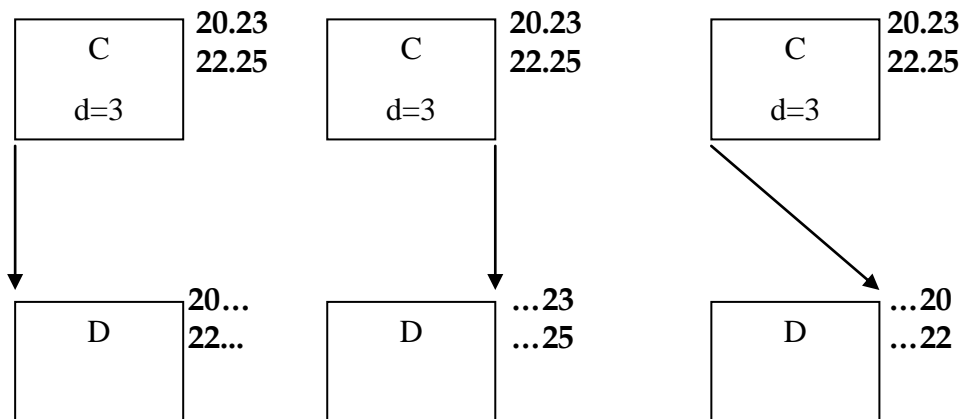
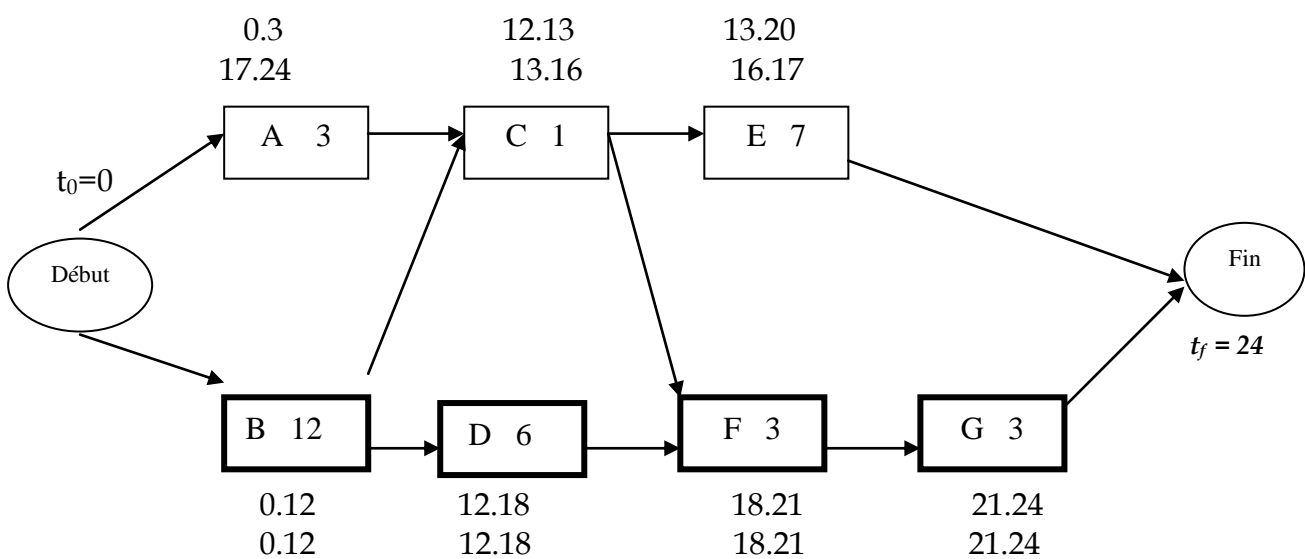


Figure 2.5 : Dates clés avec liens particuliers

La marge attachée à chaque tâche est la différence entre les dates au plus tard et les dates au plus tôt. En l'absence de liens autres que des liens fin début, elle peut être calculée indifféremment sur les dates de début ou sur les dates de fin. Sinon, on peut avoir deux marges différentes sur une tâche, l'une attaché au début de la tâche, l'autre attaché à la fin de la tâche.

Le chemin critique est le chemin du graphe sur le quel les marges sont nulles ou celui qui a les marges les plus faibles. Il est à surveiller tout particulièrement

Exemple synthèse :



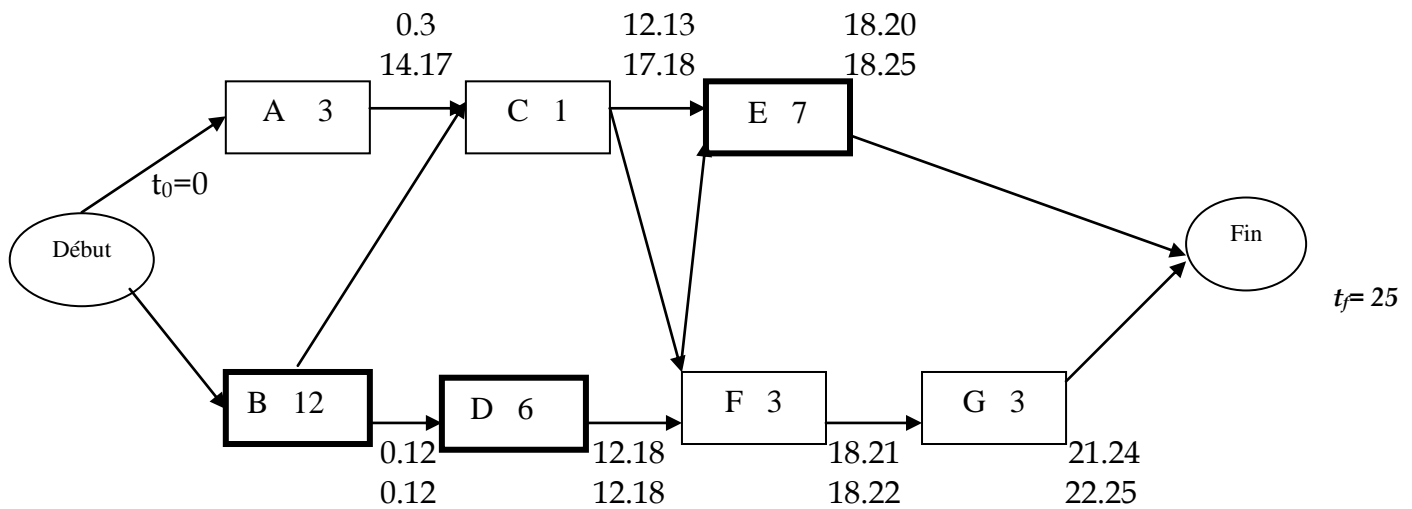
Légende :

Début au plus tôt. Fin au plus tôt Début au plus tard. Fin au plus tard
--

Le chemin critique est constitué par les tâches B, D, F et G

Figure 2.6 : Le chemin critique :

Si l'on introduit un lien début-début seront dans le réseau entre les tâches F et E, les paramètres clés et le chemin critique sont modifiés comme le montre la figure 2.7. La tâche E doit attendre le début de F pour démarrer, elle se trouve sur le chemin critique ; la tâche F n'a pas la même marge, selon qu'on calcule sur les dates au plus tôt (marge =0) ou sur les dates au plus tard (marge=1). Elle doit impérativement commencer au temps $t=18$, mais peut se terminer au temps $t=22$ (retard, suspension de travail...)



Légende :

Début au plus tôt. Fin au plus tôt
 Début au plus tard. Fin au plus tard

Le chemin critique est constitué par les tâches B, D, F et E

Figure 2.7: Le chemin critique avec lien début-début

III- Les différents types de marges

3.1. La marge totale d'une tâche : La marge totale est la marge de manœuvre dont on dispose pour programmer les tâches sans remettre en cause la durée d'exécution minimale du projet. Elle est égale à la différence entre les dates au plus tard et au plus tôt de début de la tâche (ou de fin de la tâche).

Autrement dit, c'est l'intervalle de temps dont on peut éventuellement retarder le début d'exécution d'une tâche sans qu'il y ait de répercussion sur la date minimale d'achèvement du projet. On peut encore interpréter la marge totale comme l'allongement maximal de la durée de la tâche sans qu'il ait de répercussion sur la date minimale d'achèvement du projet.

Remarque : Cet indicateur ne peut être pris en compte pour plusieurs tâches non critiques simultanément. En effet l'utilisation de cette marge de manœuvre pour programmer une tâche non critique peut éventuellement restreindre les degrés de liberté des autres tâches non critiques, ce qui revient à dire qu'une fois décidée l'utilisation d'une partie de la marge totale d'une tâche non critique, il faut recalculer la marge totale des autres tâches non critiques.

Exemple : Reprenons les données de l'exercice d'application ci dessous et portons à 12 la date de début au plutôt de la tâche L. Cette manipulation n'entraîne aucune altération de la date d'achèvement du projet qui reste égale à 35 mais elle a pour effet de rendre critique toutes les tâches situées en aval de la tâche L. Elle crée donc une branche critique supplémentaire c'est à dire, le crédit de délai dont disposait la tâche L avant manipulation est totalement consommée ainsi que le crédit de délai de toutes les tâches situées en aval.

3.2. La marge libre : Supposons que la tâche D soit programmée les jours 15 et 16 (au plus tard elle commence le 15j et dure 2j). La tâche E débute alors au plus tôt le 17j (alors qu'avant elle était conditionnée par la réalisation préalable de F). La marge totale de E a donc tété réduite à 0 du fait de l'utilisation complète de la marge totale de D. E et D deviennent critiques.

Supposons maintenant que l'on décide d'exécuter cette tâche D les jours 14 et 15, la tâche E compte tenu de la date de début au plutôt de la tâche F, débute au plus tôt le 16 et sa marge reste intacte. Il est donc possible de jouer sur une partie de la marge totale sans diminuer la marge totale d'autres tâches du projet.

La marge libre est une partie de la marge totale qui est égale à la différence entre la date

de début au plus tôt du descendant (ou à la plus précoce de ces dates si la tâche a plusieurs ascendants), et sa date de fin au plus tôt, à condition que cette différence soit positive, sinon la marge libre est nulle.

L'utilisation de la marge libre d'une tâche est sans incidence sur les marges totales de ses descendants mais ceci n'est pas vrai pour ses ancêtres.

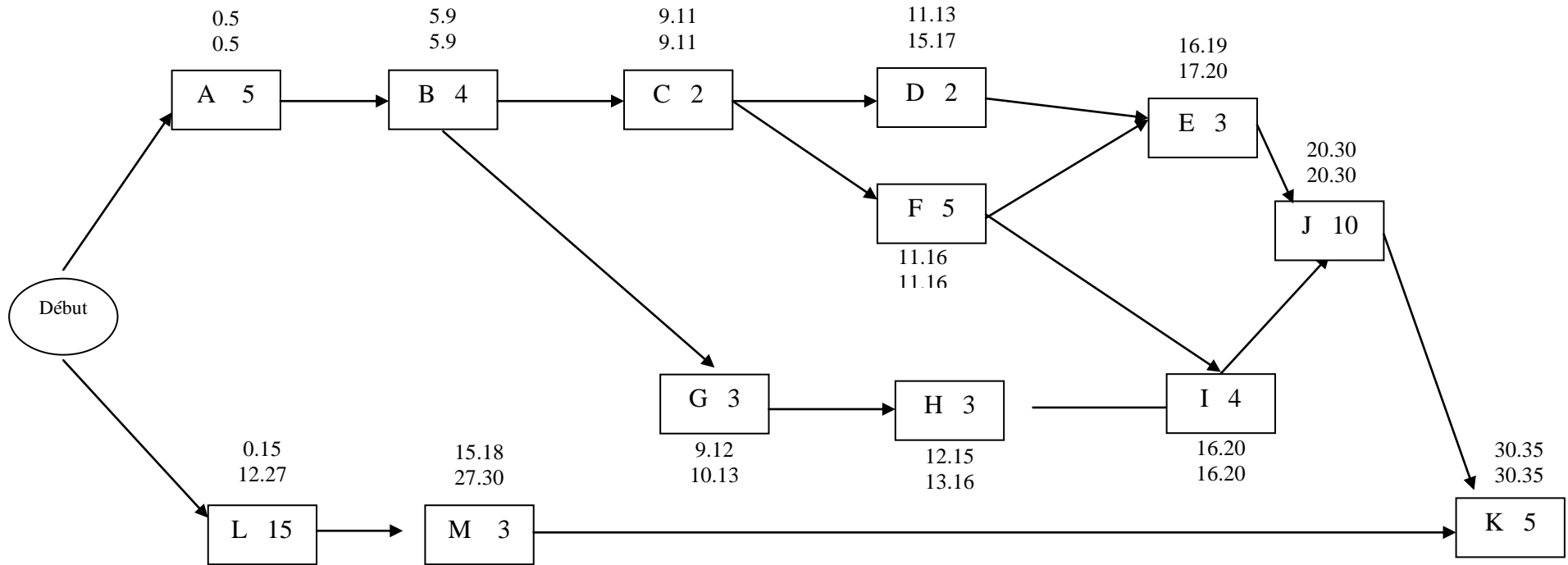
Marge libre = Date de début au plus tôt du descendant (ou à la plus précoce de ces dates si la tâche à plusieurs descendants) - sa date de fin au plutôt :

Exemple

La marge totale de la tâche D = $16 - 13 = 3j$

Exercice d'application

Taches	Taches antérieures	Durées
A	-	5
B	A	4
C	B	2
D	C	2
E	D et F	3
F	C	5
G	B	3
H	G	3
I	H et F	4
J	I et E	10
K	J et M	5
L	-	15
M	L	3



Légende :

Début au plus tôt. Fin au plus tôt Début au plus tard. Fin au plus tard
--

Le chemin critique est constitué par les taches A,B,C,F,I,J et K

Figure 3.1 : chemin critique

3.3. Utilisation des marges :

Les marges ménagent une certaine souplesse dans l'enclenchement des tâches qui s'avérera très utile lorsqu'on devra :

- Répartir les moyens
- Réduire les temps
- Jouer sur les coûts

3.3.1. Répartition des effectifs :

On suppose le problème suivant :

Afin de construire un entrepôt, le chef de projet de la société ABC a identifié les tâches suivantes :

<i>Code des tâches</i>	<i>Les tâches</i>	<i>Durée (Semaine)</i>
A	Etude, réalisation et acceptation des plans	4
B	Préparation du terrain	2
C	Commande matériaux (bois, briques, ciment, tôle pour le toit)	1
D	Creusage des fondations	1
E	Commandes portes, fenêtres	2
F	Livraison des matériaux	2
G	Coulage des fondations	2
H	Livraison portes, fenêtres	10
I	Construction des murs, du toit	4
J	Mise en place portes et fenêtres	1

- Le personnel employé peut travailler indifféremment sur n'importe quelle tâche du réseau.
- L'entreprise ne peut consacrer que 7 personnes pour travailler en même temps à cet ouvrage.

La répartition des effectifs est la suivante :

Tâches	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Effectifs	2	3	1	5	3	1	3	2	2	3

En reprenant le fuseau journalier précédent on détermine l'effectif travaillant chaque jour en faisant la somme des effectifs travaillant sur chaque tâche.

Jour	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
<i>n</i>	5	5	2	2	9	4	3	5	5	4	2	2	2	2	2	2	3

On remarque que 9 ouvriers travaillent le 5^{ème} jour. La tâche D étant la plus pénalisante, nous allons jouer sur le fait qu'elle a une marge de 5 jours : Faisons débuter D le 7^{ème} jour.

Jour	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
<i>n</i>	5	5	2	2	4	4	8	5	5	4	2	2	2	2	2	2	3

Nous voyons que le problème n'est toujours pas résolu puisqu'il y a un effectif de 8 le 7^{ème} jour. Il faut donc jouer sur la marge de F : en retardant le début de F de 1 jour on obtiendra la répartition suivante :

Jour	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
<i>n</i>	5	5	2	2	4	4	7	6	5	4	2	2	2	2	2	2	3

Répartition qui résout le problème.

3.3.2. Réduction des temps d'exécution :

Les durées associées à chaque tâche lors de l'établissement d'un réseau PERT sont des durées dites économiques. Ce sont les durées qui donnent le meilleur compromis durée - prix. Il se présente alors plusieurs cas :

- La durée peut être diminuée mais le prix augmente.
- Le prix peut être diminué mais la durée n'est plus acceptable.
- La durée est fixée pour des raisons d'ordre technique.
- La durée économique correspond au minimum techniquement possible et toute réduction est impossible.

Dans certains cas, il est nécessaire de diminuer la durée totale de l'ouvrage pour des raisons de délais d'achèvement.

On essaie de voir alors quelles tâches peuvent être réduites en temps et quel est le prix de ces réductions soit par exemple les réductions possibles pour le graphe précédent:

Tâche	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Réduction possible	2	1	0	0	1	0	0	2	1	0
Coût associé	50	250	-	-	100	-	-	75	150	-

Il est évident que le seul moyen de réduire la durée totale de l'ouvrage, est de réduire la durée des tâches situées sur le chemin critique.(A,E,H et J) On cherche d'abord à faire les réductions les plus économiques.

•**1^{ère} réduction** : La tâche A est la moins chère à réduire. La marge de A étant importante, on peut réduire A de 2 jours sans toucher aux autres tâches.

•**2^{ème} réduction** : La réduction qui paraît la plus économique ensuite, est la réduction de la tâche H. Soit donc une réduction de 2 jours de la tâche H.

Remarque :

Une réduction supplémentaire de B est chère et inutile. Elle n'entraînerait que l'apparition d'une marge sur B de l'ordre de 2 sans réduire la durée de l'ouvrage.

•**3^{ème} réduction** : On se sert de la journée de réduction de E pour réduire la durée de projet d'autant.

Le coût total de ces réductions est de :

$$50 + 100 + 75 = 225 \text{ D.}$$

Il est ainsi évident qu'il faut comparer avantage-coût à la suite de ses réductions afin de s'assurer de la rentabilité de l'action ainsi entreprise.

IV- Le diagramme de GANTT :

4.1. Le GANTT :

Le réseau permet de faire apparaître les possibilités de parallélisme dans l'exécution des tâches et donne les dates de fin du projet possibles en dehors des contraintes de ressources.

Pour passer à un planning (calendrier du projet), il faut faire des hypothèses de ressources et affecter les tâches à des personnes ou à des profils de personnes. On pourra faire plusieurs simulations selon la taille de l'équipe envisagée. On prend également en compte les contraintes de calendrier (jours non ouvrables, jours fériés...)

On utilise, pour représenter le planning, le diagramme de GANTT, qui se construit de la façon suivante :

- ❖ En abscisse, on a l'axe du temps,
- ❖ En ordonné, on peut avoir soit les tâches, soit les personnes affectées aux tâches

Selon que l'on utilise ou non les marges pour effectuer la planification, on parlera de chargement au plus tôt ou de chargement au plus tard. On commence généralement par planifier le chemin critique.

- ✓ **Chargement au plus tôt** : On planifie les tâches en s'appuyant sur les dates au plus tôt (**figure 1.1**).

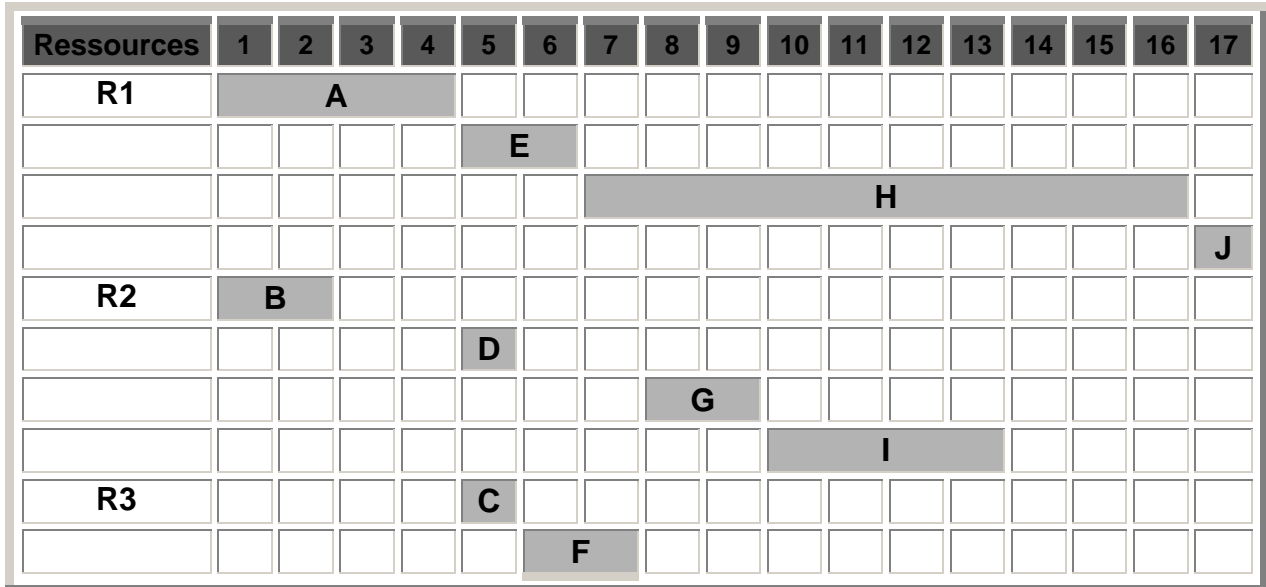


Figure 4.1 : Diagramme de GANTT avec planification au plus tôt

- ✓ **Chargement au plus tard** : On planifie les tâches en s'appuyant sur les dates au plus tard (**Figure 1.2**).

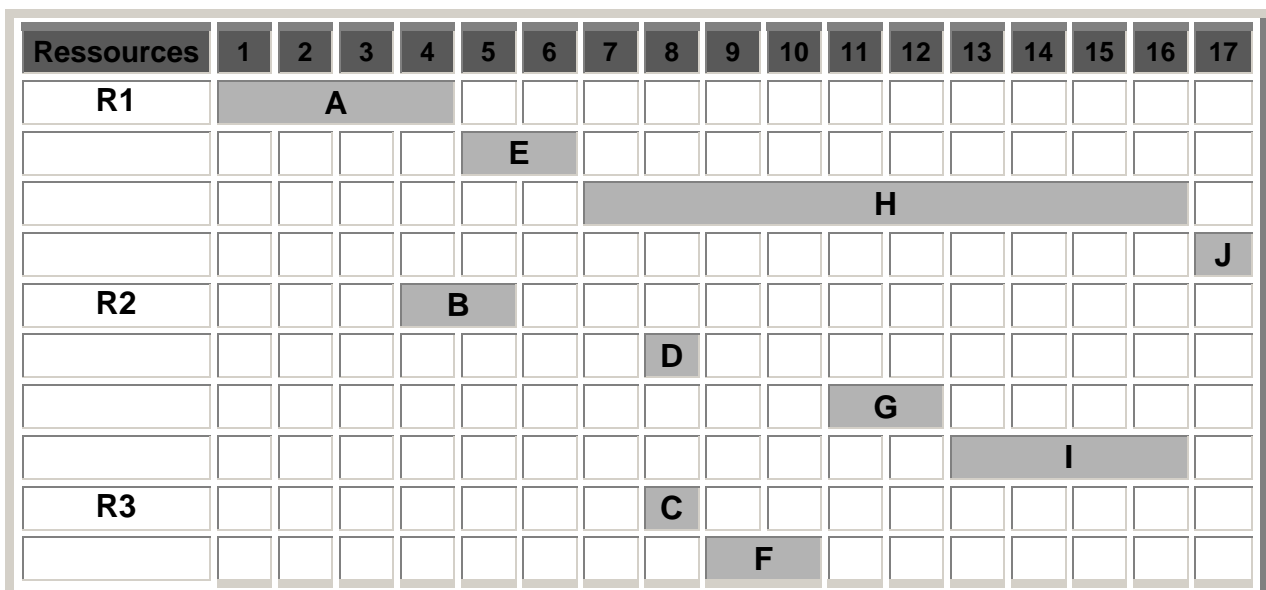


Figure 4.2 : Diagramme de GANTT avec planification au plus tard

4.2. Le Nivellement :

La technique de nivellement consiste à maintenir le nombre de personnes travaillant simultanément sur le projet en dessous d'une certaine limite. On va donc, en général, augmenter la durée de projet. Le nivellement vise l'ensemble des ressources du projet.

Plusieurs raisons peuvent conduire à utiliser cette technique. Le nivellement évite d'avoir une taille d'équipe de projet trop importante par rapport à la durée totale de projet. Une première hypothèse de planification qui exploite au maximum le parallélisme peut conduire à une taille d'équipe risquant de générer des surcharges de coordination.

La disponibilité des ressources (personnes, matériel, locaux...) peut être telle que l'on doit renoncer à utiliser toutes les possibilités d'exécuter des tâches en parallèles, telles qu'elles figurent sur le réseau. Le nivellement permet enfin d'étaler dans le temps les dépenses liées au projet.

Supposons qu'on veuille limiter la taille de l'équipe à deux personnes : on va donc niveler le diagramme, (**Figure 4.3**). On en profite pour étaler la montée en charge, en intégrant les deux ressources non pas simultanément mais successivement : R2 n'arrive sur le projet qu'en fin de période 2.

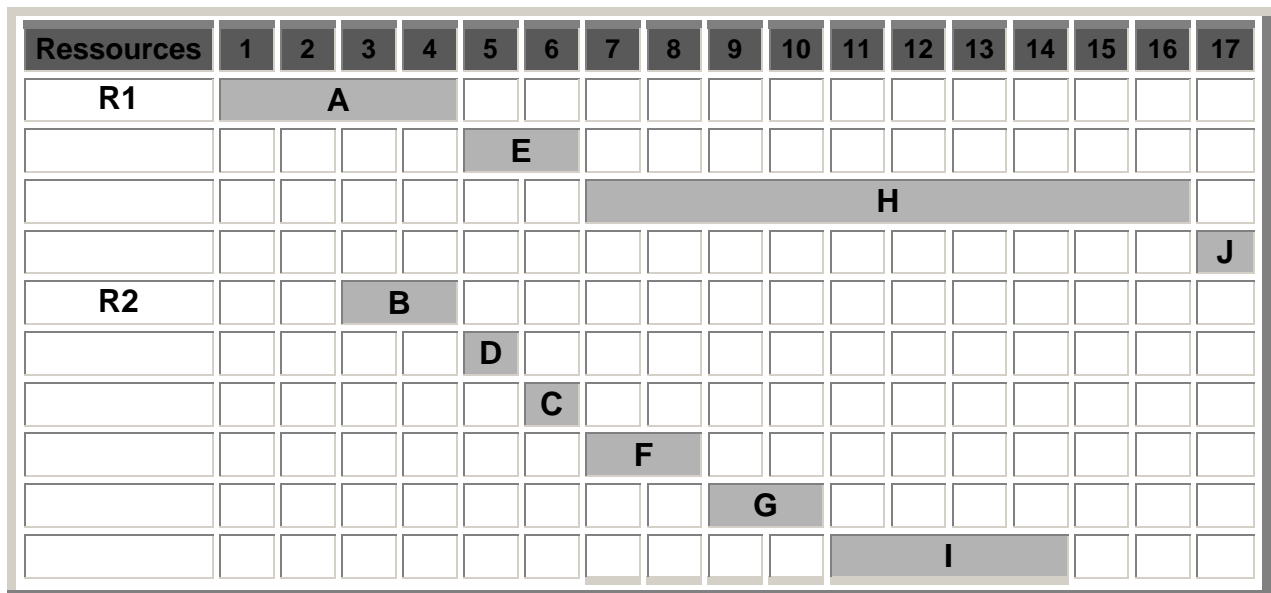


Figure 4.3 : Diagramme de GANTT avec nivellement

4.3. Le lissage :

La technique du lissage consiste à répartir pour chaque ressource sa charge de travail, de telle façon qu'elle ne se trouve à aucun moment en surcharge ou en sous-charge.

On va jouer sur les marges pour décaler les tâches. Contrairement à ce qui se passe quand on cherche à niveler, on s'intéresse ici à la répartition de la charge affectée à chaque ressource. Une opération de lissage peut conduire à allonger les délais.

Les raisons du lissage sont le plus souvent des contraintes liées à l'utilisation des personnes. Parfois, on peut vouloir lisser à cause de la disponibilité réduite d'un matériel.

On suppose que la ressource R1 ne puisse travailler qu'à mi-temps. Le diagramme de la **figure 4.4** était donc en surcharge pour R1. Nous avons dû replanifier en doublant la durée des tâches affectées à R1. On a alors décidé de réaffecter la tâche H, située sur le chemin critique, à R3.

L'opération du lissage a fait que les délais d'achèvement du projet changent et se transforment de 17 jours à 21 jours. Dans ce cadre c'est l'opération de négociation avec les contributeurs aux projets « **les clients internes** » ou le mandataire « **le client externe** » qui va aboutir à une accélération des taches et la recherche des possibilités d'amélioration dans le premier cas ou acceptation du retard pour le second cas.

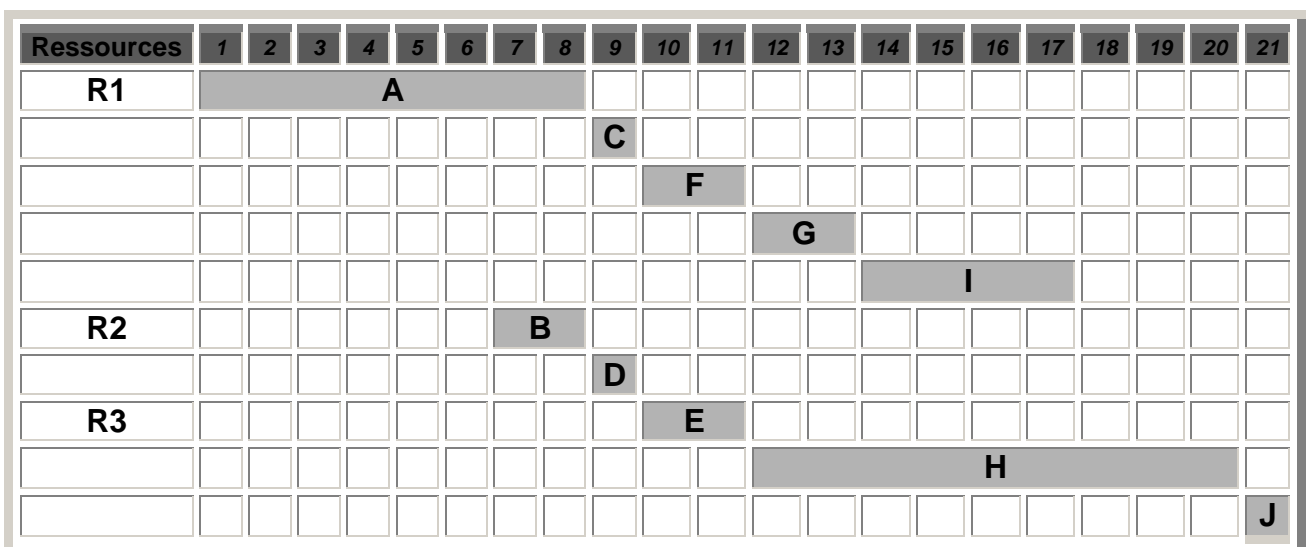


Figure 4.4 : Diagramme de GANTT avec lissage

V- LE PERT Probabiliste :

Cette technique permet d'inclure dans la planification le risque et l'incertitude attachés à chaque tâche et d'en déduire une durée du projet assortie d'un niveau de probabilité. La durée de chaque tâche peut être considérée comme une variable aléatoire, c'est-à-dire que l'on peut faire plusieurs estimations (plus ou moins probables) de la durée de la tâche. Alors, la durée de tout chemin dans le graphe est également considérée une variable aléatoire, puisque c'est une somme de variables aléatoires.

Sous réserve des conditions suivantes:

- ❖ Un nombre suffisamment élevé de tâches (*minimum 4 sur le chemin*) ;
- ❖ Un ordre de grandeur semblable pour toutes les tâches;
- ❖ L'indépendance entre les durées des tâches;

La durée probable du chemin obéit à une loi de distribution proche de la loi normale (Laplace-Gauss), dont la représentation graphique est la courbe en cloche dite de Gauss.

Le calcul des paramètres du CPM probabiliste se fait en trois étapes :

La première étape consiste à déterminer la loi de probabilité attachée à chaque tâche. En pratique on retient souvent une loi de distribution Bêta, c'est-à-dire qu'on est capable de donner trois estimations:

1. t_{opt} = estimation optimiste de la durée, c'est le temps minimal possible, si tout se déroule mieux que prévu;
2. t_{pes} = estimation pessimiste de la durée, c'est le temps maximal possible, si tout se déroule au plus mal ;
3. t_{vrai} = estimation vraisemblable de la durée, c'est la valeur que l'on donnerait si on devait n'en donner qu'une seule.

La deuxième étape consiste à calculer trois valeurs pour chaque tâche i :

❖ Sa durée probable $t_{prob}(i)$: c'est une moyenne statistique, c'est le temps moyen de la tâche si elle était répétée un grand nombre de fois.

❖ Sa variance $V(i)$ et son écart-type $e(i)$: plus les estimations optimistes et pessimistes sont éloignées, plus elles présentent d'incertitude. C'est la variance qui mesure cette incertitude. Si elle est faible, l'estimation de la durée probable de la tâche sera assez précise.

$$t_{prob}(i) = \frac{topt(i) + 4 tvrai(i) + tpes(i)}{6}$$

$$e(i) = \frac{tpes(i) - topt(i)}{6}$$

$$V(i) = e(i)^2$$

La troisième étape : consiste à calculer pour chaque chemin :

- Sa durée estimée D_{est}
- sa variance estimée V_{est}
- son écart-type estimé E_{est}

D_{est} = Somme { $t_{prob}(i)$ + pour toutes les tâches i du chemin }

V_{est} = Somme { $e(i)^2$ } pour toutes les tâches i du chemin }

$$E_{est} = (V_{est})^{1/2}$$

Comme la durée du chemin obéit à une loi normale, on peut utiliser la table Gauss (**Tableau 4**) pour obtenir la durée D_p du chemin avec une probabilité p :

$$D_p = D_{est} + G(p) E_{est}$$

La durée estimée du projet est probable à 50% (car $G(50) = 0$)

Tableau 4 : Extrait de la table de Gauss

Probabilité=p	G(p)	Probabilité=p	G(p)	Probabilité=p	G(p)
99,9	3,00	90,	1,28	42,1	-0,2
99	2,31	89,1	1,23	34,5	-0,4
98	2,06	85,1	1,04	27,4	-0,6
97	1,88	80,2	0,85	21,2	-0,8
96	1,75	75,2	0,8	15,9	-1
95	1,65	70,2	0,53	11,5	-1,2
94,1	1,56	65,2	0,39	8,1	-1,4
93,1	1,48	60,3	0,26	5,5	-1,6
92,1	1,41	55,2	0,13	3,6	-1,8
91	1,34	50	0	2,3	-2

Soit par exemple un chemin de Durée estimée $D_{est} = 100$ et d'écart type estimé $E_{est} = 15$. On peut en déduire soit une durée probable pour une probabilité donnée, soit une probabilité d'achèvement dans un délai donné.

Ainsi,

- La durée probable à 90% est :
 $D_{90} = 100 + G(90) * 15 = 100 + 1.28 * 15 = 119$ jours
- La durée probable à 60% est :
 $D_{60} = 100 + G(60) * 15 = 100 + 0.26 * 15 = 104$ jours
- La probabilité de terminer en 80 jours est :
 $80 = 100 + G(p) * 15$ d'où : $G(p) = -20/15 = -1,33$
 d'où : la probabilité est comprise entre 9 et 10%.

On peut donner une mesure du risque par le ratio :

$$R = (t_{pes} - t_{opt}) / t_{pes}$$

Et considérer que :

- $R < 0.25$: risque faible**
- $0.25 < R < 0.5$: risque moyen**
- $R > 0.5$: risque fort**

Le Pert probabiliste est intéressant pour les projets à forte incertitude particulièrement sur le chemin critique, ainsi que sur les chemins ayant les plus forts risques.

Si l'incertitude est faible, la différence ($t_{pe} - t_{opt}$) est faible par rapport à la durée estimée de la tâche. Dans ce cas, les variances des tâches seront faibles, de même que la variance du chemin, donc E_{est} . On n'a donc pas besoin d'un Pert probabiliste.

Conclusion :

Les techniques d'ordonnancement ainsi présentées permettent en même temps de définir les tâches du projet et les liaisons entre ses sous systèmes afin que le fonctionnement soit dans le but de la réalisation des objectifs poursuivis. En sus d'une telle fonctionnalité elles permettent de suivre le déroulement du projet dans le cadre d'un pilotage ayant comme fonctions principales **le contrôle** et **la régulation** en vue d'une meilleure flexibilité face à un changement intervenu par l'environnement interne ou externe.