
Chapitre 2

**Bilans de matière
en régime
permanent**

I. Introduction

Les problèmes de génie des procédés agroalimentaires font généralement intervenir les principes de conservation de deux grandeurs physiques : matière (ou masse) et énergie. Les bilans systématiques sont essentiels pour le calcul des installations, mais aussi pour renseigner l'ingénieur ou le technicien sur la bonne marche d'un appareil (identification d'une fuite, vérification de l'obtention d'un régime permanent...). Les bilans peuvent concerner l'ensemble du système, ou porter sur un élément du système ; ils peuvent être globaux ou encore relatifs à un constituant donné (partiels). De plus, les bilans dépendent du régime de fonctionnement du procédé : permanent ou transitoire.

II. Bilans de matière en régime permanent

On a vu dans le chapitre précédent que la loi de conservation de masse s'écrit d'une manière générale sous la forme suivante :

$$\text{Entrée} + \text{Création} - \text{Sortie} - \text{Destruction} = \text{Accumulation}$$

Or, en régime permanent, il n'y a pas d'accumulation de matière. Donc, le terme d'accumulation est nul : d'où on aura :

$$\text{Entrée} + \text{Création} - \text{Sortie} - \text{Destruction} = 0$$

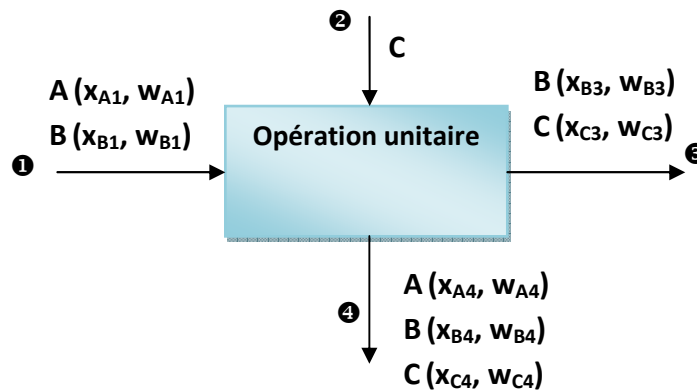
1. Bilans de matière en régime permanent sans réaction chimique

En absence d'une réaction chimique, il n'y a ni création ni destruction de matière. Donc, la relation précédente se simplifie en annulant les termes création et destruction et devient :

$$\text{Entrée} - \text{Sortie} = 0 \Rightarrow \text{Entrée} = \text{Sortie}$$

Par conséquent, la quantité de matière des espèces chimiques entrante et celle sortante sera la même, ce qui donne lieu à une équation pour chacune des espèces dans le système en fonction des débits molaires ou des débits massiques.

2. Application sur un mélange quelconque



La loi de LAVOISIER s’applique sur les débits molaires et les débits massiques.

On note :

- F_i et \dot{m}_i respectivement le débit molaire et le débit massique du flux i ($i=1, 2,3$ et 4).
- F_{Ai} , F_{Bi} et F_{Ci} les débits molaires respectifs de A, de B et de C relatifs à chaque courant i (mol/s).
- x_{Ai} , x_{Bi} et x_{Ci} les fractions molaires respectifs de A, de B et de C relatifs à chaque courant i
- \dot{m}_{Ai} , \dot{m}_{Bi} et \dot{m}_{Ci} les débits massiques respectifs de A, de B et de C relatifs à chaque courant i (kg/s)
- w_{Ai} , w_{Bi} et w_{Ci} les fractions molaires respectifs de A, de B et de C relatifs à chaque courant i

Bilan global :

$$F_1 + F_2 = F_3 + F_4 \quad \text{ou} \quad \dot{m}_1 + \dot{m}_2 = \dot{m}_3 + \dot{m}_4$$

Avec :

Débits molaires	Débits massiques
$F_1 = F_{A1} + F_{B1}$	$\dot{m}_1 = \dot{m}_{A1} + \dot{m}_{B1}$
$F_2 = F_{C2}$	$\dot{m}_2 = \dot{m}_{C2}$
$F_3 = F_{B3} + F_{C3}$	$\dot{m}_3 = \dot{m}_{B3} + \dot{m}_{C3}$
$F_4 = F_{A4} + F_{B4} + F_{C4}$	$\dot{m}_4 = \dot{m}_{A4} + \dot{m}_{B4} + \dot{m}_{C4}$

Bilan partiel sur le constituant A :

$$x_{A1} F_1 = x_{A4} F_4 \quad \text{ou} \quad w_{A1} \dot{m}_1 = w_{A4} \dot{m}_4$$

Bilan partiel sur le constituant B :

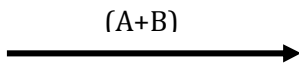
$$x_{B1} F_1 = x_{B3} F_3 + x_{B4} F_4 \quad \text{ou} \quad w_{B1} \dot{m}_1 = w_{B3} \dot{m}_3 + w_{B4} \dot{m}_4$$

Bilan partiel sur le constituant C :

$$F_2 = x_{C3} F_3 + x_{C4} F_4 \quad \text{ou} \quad \dot{m}_2 = w_{C3} \dot{m}_3 + w_{C4} \dot{m}_4$$

3. Relation entre fraction et débit

Considérons un flux de matière composé d'un mélange binaire A et B.



On note :

- F et \dot{m} respectivement le débit molaire et le débit massique du flux considéré
- F_A et F_B les débits molaires respectifs de A et de B (mol/s)
- x_A et x_B les fractions molaires respectifs de A et de B
- \dot{m}_A et \dot{m}_B les débits massiques respectifs de A et de B (kg/s)
- w_A et w_B les fractions molaires respectifs de A et de B

a. Ecrire x_A et x_B en fonction des débits molaires

$$x_A = \frac{n_A}{n_A + n_B} = \frac{F_A}{F_A + F_B} = \frac{F_A}{F}$$

De même,

$$x_B = \frac{n_B}{n_A + n_B} = \frac{F_B}{F_A + F_B} = \frac{F_B}{F}$$

b. Ecrire w_A et w_B en fonction des débits massiques

$$w_A = \frac{m_A}{m_A + m_B} = \frac{\dot{m}_A}{\dot{m}_A + \dot{m}_B} = \frac{\dot{m}_A}{\dot{m}}$$

De même,

$$w_B = \frac{m_B}{m_A + m_B} = \frac{\dot{m}_B}{\dot{m}_A + \dot{m}_B} = \frac{\dot{m}_B}{\dot{m}}$$

2. Bilans de matière en régime permanent avec réaction chimique

En présence d'une réaction chimique, la loi de conservation de masse s'écrit en régime permanent comme suit :

Entrée + Création - Sortie - Destruction = 0

a. Définition d'un réacteur

On appelle **réacteur**, tout appareillage dans lequel a lieu la transformation chimique, c'est à dire la transformation d'espèces moléculaires en d'autres espèces moléculaires.

b. Cas des réacteurs en régime permanent

Dans l'industrie, le régime le plus adapté est le régime permanent (appelé aussi stationnaire ou établi). Tous les paramètres du procédé sont stationnaires.

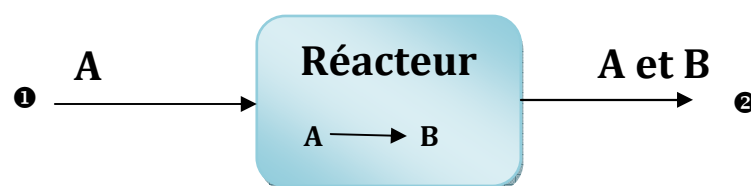
Ce régime ne s'applique qu'aux réacteurs ouverts qui échangent de la matière avec l'extérieur : par l'alimentation (ou l'entrée) et par le soutirage (la sortie). Cela permet le fonctionnement continu du réacteur donc un gain économique et de maintenir la qualité d'un produit sur une longue durée avec de bons rendements (gain de qualité).

Dans un réacteur, une ou plusieurs réactions chimiques peuvent se réaliser. Donc, une transformation de la matière a lieu : des réactifs introduits mis en jeu disparaissent et des produits se forment comme effluents du réacteur.

c. Taux de conversion

Il ne se définit que pour un réactif consommé par l'expression suivante :

$$\chi = \frac{\text{nombre de moles transformées du réactif}}{\text{nombre de moles de réactif introduit}}$$



Le taux de conversion de A est égal à :

$$\chi_A = \frac{n_{A,1} - n_{A,2}}{n_{A,1}}$$

Ou bien en fonction du débit molaire de A,

$$\chi_A = \frac{\text{débit de A consommé dans le réacteur}}{\text{débit de A introduit dans le réacteur}}$$

Donc,

$$\chi_A = \frac{F_{A,1} - F_{A,2}}{F_{A,1}}$$

d. Sélectivité

$$\sigma = \frac{\text{nombre de moles transformées en produit principal}}{\text{nombre de moles de réactif principal transformées}}$$

Exemple: Réaction (1) : $A+B \rightarrow C$, Réaction (2) : $A+2B \rightarrow D$

Entrée $A=4$ moles, $B=10$ moles, total 14 moles, taux de conversion de A 75%,

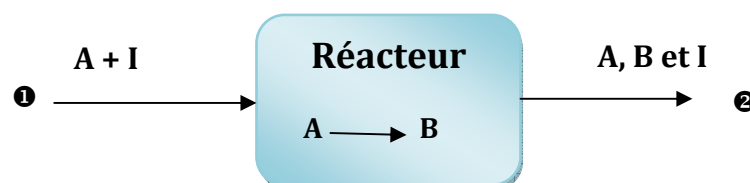
La sélectivité de la 1^{ère} réaction est $\sigma_1=40\%$ et celle de la 2^{ème} est $\sigma_2=60\%$

- A ayant réagi par $R_1=4 \times 0.75 \times 0.40=1.2$ moles, A ayant réagi par $R_2=4 \times 0.75 \times 0.60=1.8$ moles, B ayant réagi par R_1 et $R_2=1.2+2 \times 1.8=4.8$ moles,
- d'ou les sorties $A=4-1.2-1.8=1$ moles, $B=10-4.8=5.2$ moles, $C=1.2$ moles, $D=1.8$ moles, total= $1+5.2+1.2+1.8=11.2$ moles.

e. Stœchiométrie

La stœchiométrie permet de déterminer les proportions suivant lesquelles les éléments réagissent les uns sur les autres. Elle se traduit par l'écriture d'équations de réactions chimiques qui indiquent combien de moles de réactifs disparaissent lorsqu'un nombre donné de produits sont formés. Ces équations ne traduisent donc que des bilans de matière et non pas des mécanismes réactionnels (c.à.d. sans s'intéresser à la faisabilité de la réaction (thermodynamique) ni à sa vitesse (cinétique de la réaction)).

c. Bilan de matière sur un réacteur en régime permanent



Bilan de matière :

- Régime permanent : accumulation = 0
- Réaction chimique : Création et Destruction $\neq 0$
 - si le constituant est produit, donc Création = débit de constituant produit
 - si le constituant est consommé, donc Destruction = débit de constituant consommé)

Dans le réacteur et dans tout le procédé : Débit molaire d'entrée \neq débit molaire de sortie, pour tous les réactifs et les produits

- Bilan sur A dans le réacteur :

Débit de A en entrée – Débit de A consommé = Débit de A en sortie

- Bilan sur I dans le réacteur :

Débit de I en entrée = Débit de I en sortie

- Bilan sur tous les constituants :

Débit (A + I) en entrée ————— Débit (A + B + I) sortie

- Bilan sur le produit B :

Débit de B en entrée + Production de B = Débit de B en sortie

Le débit de B est calculé avec les coefficients stœchiométriques de la réaction et du débit de consommation de A

Remarque : dans un bilan de matière avec réaction, on doit obligatoirement écrire les équations de conservation des éléments ou espèces chimique.

3. Bilans de matière en régime permanent avec changement de phase

S'il n'y a pas de réaction chimique, les équations de conservation des divers constituants et le bilan global seront écrits et complétés par les relations traduisant les conditions ou les hypothèses de fonctionnement.

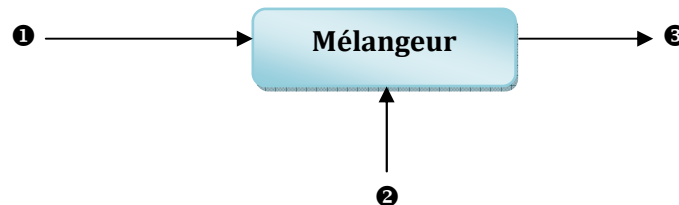
4. Bilans relatifs à des procédés industriels simples (structure linéaire)

Les nœuds permettent de décrire les éléments du réseau où prennent place les mélanges et les divisions de fluides. Dans un nœud, plusieurs embranchements de fluide sont reliés entre eux pour former une veine unique. S'il s'agit d'un mélangeur, les diverses branches se rejoignent pour former une seule veine. Le débit massique de la veine principale est égal à la somme de ceux des branches, et le bilan enthalpique permet de calculer l'enthalpie massique et la température de mélange. S'il s'agit d'un diviseur, la veine principale se subdivise en plusieurs branches, dont il faut calculer les débits. Leur répartition entre les branches est prise proportionnelle aux "facteurs de débit" spécifiés par l'utilisateur. La température et l'enthalpie massique sont bien sûr conservées.

a. Mélange

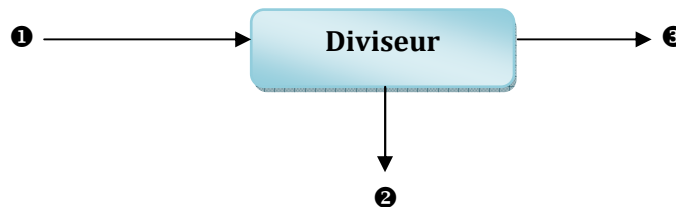
Le mélange est une opération unitaire permettant de réunir deux ou plusieurs entrées sans aucune réaction chimique.

Exemple :



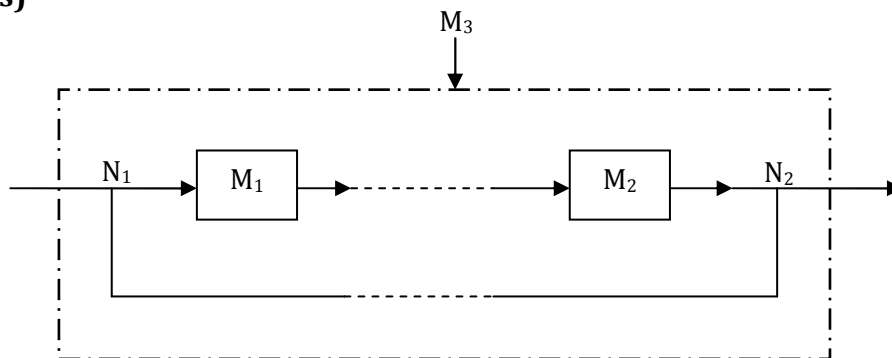
Bilan global sur le mélangeur : $F_1 + F_2 = F_3$

b. Division



Bilan global sur le diviseur : $F_1 = F_2 + F_3$

5. Bilans relatifs à des procédés industriels complexes (recyclage, purge, by-pass)



Les bilans de masse et d'énergie concernant les installations complexes soulèvent quelques difficultés de résolution par suite de l'existence de recyclage et de boucle.

Le schéma précédent présente le schéma type d'une boucle.

- N_1 et N_2 représentent les nœuds de l'installation : points de rencontre ou de déviation de plusieurs courants.

- M_1 et M_2 représentent les mailles intérieures constituées par des opérations fondamentales (réacteur, séparateur, ...).
- M_3 représente la maille générale.

Après avoir dénombré et déterminé les inconnus, les équations indépendantes seront obtenues en effectuant :

- Le bilan global sur chaque nœud et chaque maille intérieure.
- Les bilans partiels sur chaque nœud et chaque maille intérieure.
- Les bilans sur la maille extérieure qui représentent les bilans sur toute l'installation.

a. Recyclage

On effectue très souvent les recyclages dans les installations comportant un réacteur car le taux de conversion n'est généralement pas égale à l'unité. Ainsi, on recycle à l'entrée du réacteur les produits qui n'ont pas réagi et ceci après séparation des produits de la réaction.

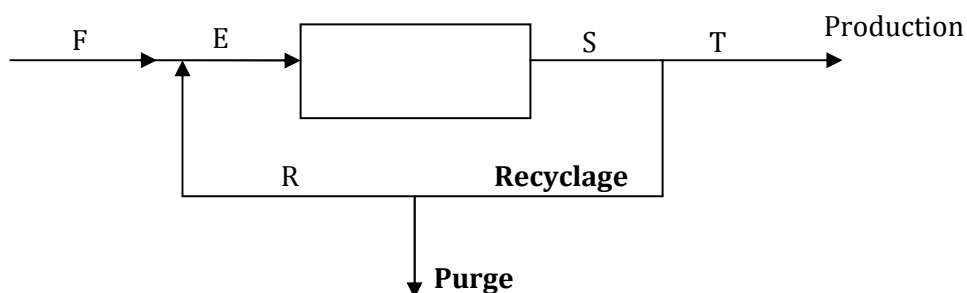
b. Purge

Lorsque l'alimentation contient un constituant qui ne réagit pas (gaz inerte par exemple) et est susceptible de s'accumuler dans le circuit de recyclage, il est nécessaire de purger une fraction de recyclage.

En régime permanent, on évacue à la purge une quantité de ce constituant égale à celle qui entre dans l'installation. En désignant par P le débit de purge et par x_P la composition du constituant à éliminer.

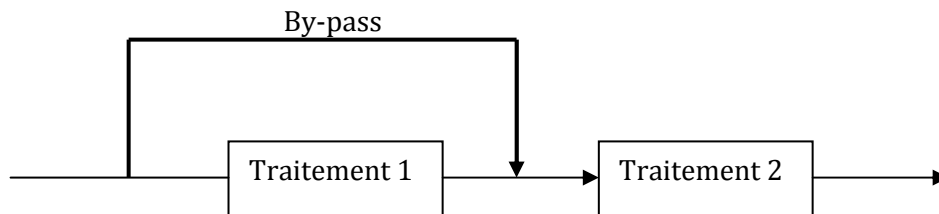
L'équation fondamentale de purge s'écrit : $F \cdot x_F = P \cdot x_P$

Si $x_T \neq 0$, l'équation fondamentale s'écrira : $F \cdot x_F = P \cdot x_P + T \cdot x_T$



c. By-pass

Cette opération est réalisée lorsqu'on ne veut pas traiter la totalité d'un courant ou pour des raisons d'économie d'énergie. L'exemple du conditionnement d'air où on ne traite qu'une partie d'air en est un bon exemple.



6. Conclusion

Pour pouvoir effectuer un bilan, il faut définir les limites du système sur lequel on veut travailler. Puis on détermine les flux de matière (entrée, sortie) ainsi que les réactions (création, destruction). La somme de ces différents éléments donne le terme accumulation qui est nul pour un fonctionnement en régime permanent.

$$\text{Entrée} + \text{Création} - \text{Sortie} - \text{Destruction} = \text{Accumulation} = 0$$