

---

---

## **CHAPITRE 2**

# **LES PLANS D'EXPERIENCES**

---

---

## Plan de cours

### Objectifs généraux

- ☞ Connaître les concepts et les pratiques des plans d'expériences

### Objectifs spécifiques

- ☞ Choisir un plan approprié pour modéliser un problème industriel
- ☞ Modéliser les réponses en fonction des facteurs
- ☞ Optimiser les facteurs de réglage d'un processus donné

### Déroulement

*Le chapitre sera abordé durant 3 séances de 1h:30min réparties comme suit :*

- ☞ Première séance : Connaître les concepts et faire le choix du plan
- ☞ Deuxième séance : Modéliser et établir les surfaces de réponses
- ☞ Troisième séance : correction de l'application de synthèse

### Pré requis

- ☞ Capabilité processus,
- ☞ Maths 1

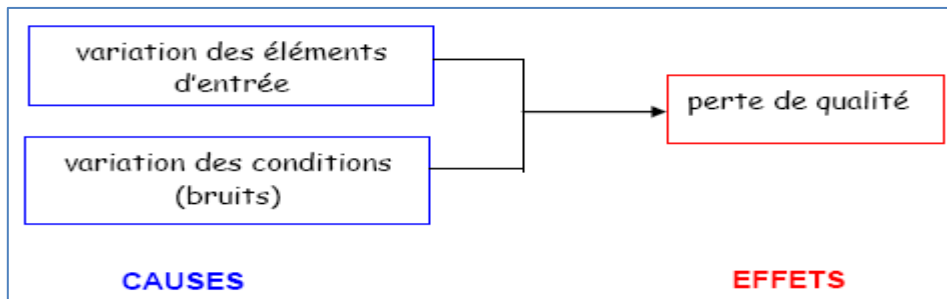
### Evaluation

*Réussir plus de 70% des applications et des TD proposés*

### 1. Objectif de la méthode

Dans un procédé industriel - dont le but est de fabriquer des produits à partir de matières premières ou de pièces détachées- le problème qui peut se poser réside dans la variabilité :

- Des éléments d'entrée,
- Des conditions de fabrication.

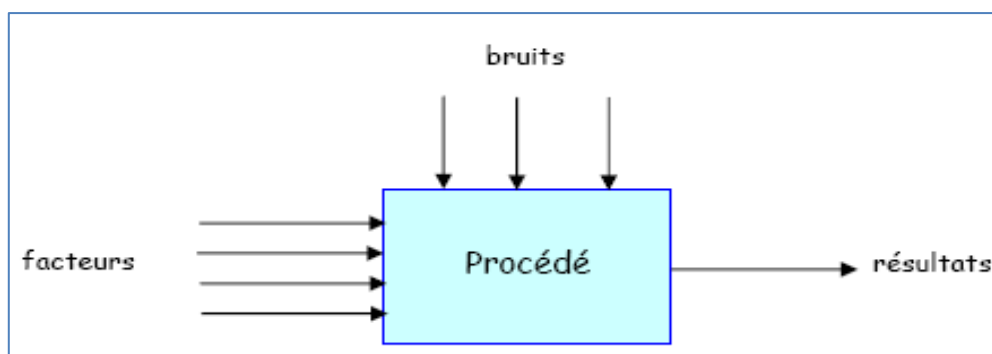


L'objectif du responsable de production est de :

- rendre le système de production robuste (c'est à dire insensible aux bruits) ;
- limiter la perte de qualité en produisant conformément aux critères de qualité.

**Donc globalement de gagner de la productivité !**

### 2. Principe de la méthode :



Les résultats issus du système de production doivent respecter des valeurs nominales dictées par la qualité. Les variations des facteurs d'entrée sont une cause de perte de qualité. Ces facteurs sont normalement **maîtrisables**. Une autre cause de perte de qualité est le bruit (conditions de fabrication telles que température des locaux, hygrométrie, présence de poussières, perturbations électromagnétiques, ...). Ces facteurs ne sont **pas maîtrisables**.

#### 2.1. Méthode classique de réduction des pertes :

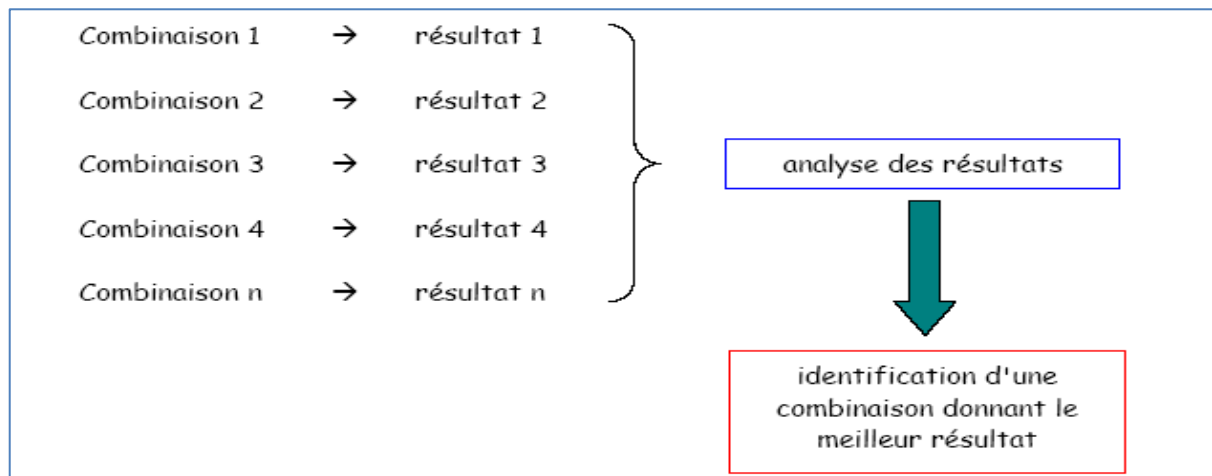
Dans la méthode classique, on s'attaque directement aux causes qui provoquent la perte de qualité : on modifie les compositions des matières premières, on sélectionne les pièces

détachées, on utilise des machines plus performantes, on climatise les locaux, on filtre l'air des locaux...

Toutes ces solutions ont un coût qui n'est souvent pas négligeable. Le résultat n'est pas toujours à la hauteur de l'investissement...

## 2.2. Méthode du plan d'expériences

Le plan d'expériences ne cherche pas à éliminer la cause, mais l'effet. Le principe général est de rechercher la combinaison des facteurs d'entrée qui donne systématiquement le meilleur résultat en sortie. Les influences cumulées des différents facteurs se compensent pour donner en sortie un écart minimum par rapport aux valeurs nominales. La seule manière de trouver cette combinaison est **d'expérimenter** plusieurs combinaisons mettant en évidence l'influence de chaque facteur et d'en déduire la combinaison optimale.

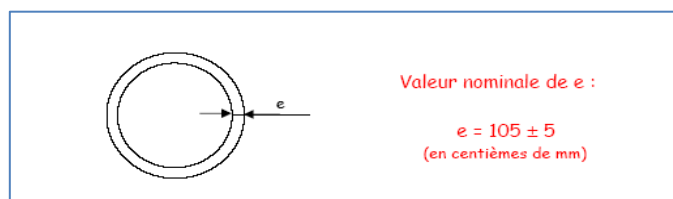


- Chaque facteur est défini avec 1, 2, 3, 4 ou 5 niveaux de valeurs ;
- Les combinaisons et leur nombre sont normalisés ;
- La combinaison finale peut être différente de toutes celles ayant servi pour les expériences.

## 3. LA METHODE SIMPLE :

La méthode simple sera illustrée au travers d'un exemple et permettra de comprendre le principe des plans d'expériences en détails.

L'exemple utilisé est le suivant :



Une entreprise produit des tubes en PVC par la méthode de l'extrusion. L'un des critères de qualité porte sur l'épaisseur du tube. Les échantillonnages sur cette

caractéristique (ex : cartes de contrôle) ont montré un taux de rebut trop important. On décide de mettre en œuvre un plan d'expériences dont le but est de ramener le taux de rebut à une valeur admise au niveau de la qualité.

La mise en œuvre pratique du plan d'expériences est confiée à un groupe de travail composé des membres suivants :

- le responsable qualité ;
- Le responsable production ;
- Le responsable méthodes ;
- Le chef d'équipe en charge de la ligne de production concernée

La mise en œuvre du plan d'expériences se fait en 6 étapes.

### 3.1. Etape 1 : Définir la cible et planifier les expériences.

L'objectif est en général une variable quantitative : la mesure donne de meilleurs résultats qu'une estimation du type « bon / mauvais ».

➤ **La valeur cible peut être :**

- une valeur nominale (dimension, poids, performance, ...) ;
- Une valeur minimale (rendement) ;
- Une valeur maximale (dispersion, taux de rejet, ...) ;

La cible peut être constituée de plusieurs variables (exemple : longueur, épaisseur et diamètre d'un tube).

➤ **La cible est définie dans le cahier des charges :**

La cible est définie dans le cahier des charges :	
cible :	pièce : tube PVC $\phi$ 30 caractéristique : épaisseur du tube valeur nominale : $105 \pm 5$ centièmes de mm
objectif :	supprimer les rebuts de fabrication
facteurs à contrôler :	vitesse d'extrusion température d'extrusion type de vis d'extrusion chaque facteur sera contrôlé sur 2 niveaux
facteur bruit :	aucun
planning des expériences :	lors de chaque expérience, on effectue 5 mesures de la caractéristique cible
expérience 1 :	lundi 15h
expérience 2 :	mardi 15h
expérience 3 :	mercredi 15h
expérience 4 :	jeudi 15h

### 3.2. Etape 2 : Sélectionner les facteurs et choisir leurs niveaux :

#### ➤ Choix des facteurs :

Cette étape est très importante. En effet, l'oubli d'un facteur important peut faire échouer le plan. C'est pourquoi la présence des personnes compétentes au sein du groupe de travail est nécessaire. Le travail consiste alors en un "brainstorming" d'où doit découler une liste exhaustive de tous les facteurs supposés avoir une influence sur le résultat.

Ces facteurs sont considérés comme indépendants dans un premier temps, mais il peut être nécessaire d'analyser les éventuelles interactions entre les facteurs (l'influence globale de A et B n'est pas forcément la somme des influences individuelles de A et de B en raison de l'interaction entre ces deux facteurs).

Il est à noter que la prise en compte des interactions dans l'analyse va très rapidement rendre la méthode très complexe, augmenter le nombre d'expériences et rendre le plan très coûteux. Dans le milieu industriel, la stratégie préconisée consiste à augmenter le nombre de facteurs, plutôt que de considérer les interactions. En effet, plus le nombre de facteurs est grand, plus les possibilités de "réglage" sont nombreuses. Là encore, le coût s'en ressentira, mais du moins l'analyse des résultats est-elle plus simple.

Dans le cas de l'extrudeuse, 3 facteurs ont été retenus par le groupe de travail :

- la vitesse d'extrusion
- la température d'extrusion
- le type de vis d'extrusion

Aucune interaction n'est envisagée.

#### ➤ Choix des niveaux des facteurs :

Un niveau correspond à une valeur ou à un état que l'on donne au facteur :

- Un plan classique comporte 2 niveaux par facteur, mais on peut définir 3 ou 4 (voire 5) niveaux par facteur en sachant que plus il y a de niveaux, plus il y a d'expériences et que le coût augmente ;
- Les choix des niveaux étant techniques, l'avis des techniciens est indispensable ;
- Si des facteurs concernent des réglages, on peut utiliser les valeurs habituelles de ces réglages ;
- Les niveaux peuvent, le cas échéant, se calquer sur des valeurs standard données dans des documents constructeurs ;
- Les niveaux choisis ne doivent pas engendrer de situation dangereuse au moment des essais ;
- Si des non linéarités existent dans l'évolution de la cible, il est préférable de choisir plusieurs niveaux pour les facteurs (au moins 3) ; La différence entre les niveaux doit être suffisamment discriminative pour qu'un changement de niveau puisse produire une variation dans la réponse.

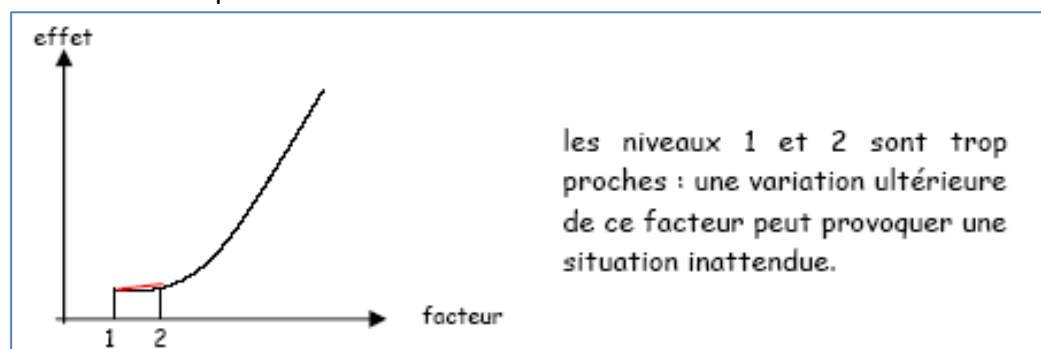
Niveaux choisis pour le problème de l'extrudeuse :

On choisit 2 niveaux pour chaque facteur

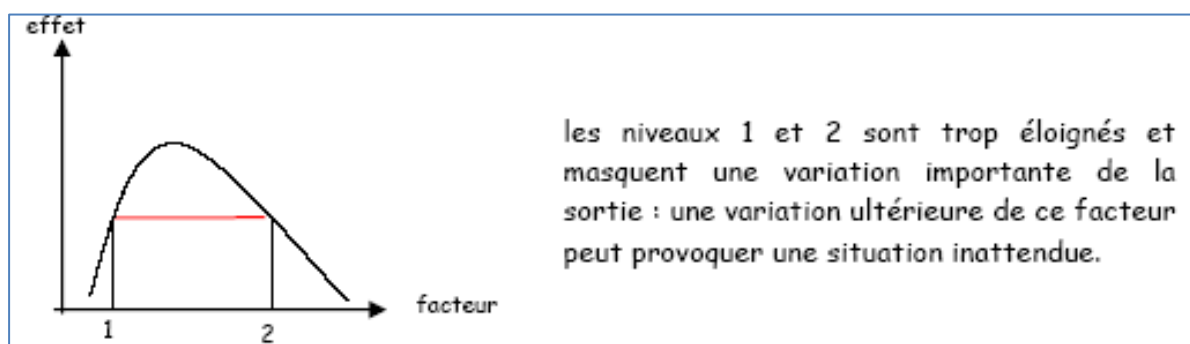
	niveau 1	niveau 2
Vitesse d'extrusion	0,25 m/s	0,35 m/s
Température d'extrusion	150° C	200°C
Type de vis d'extrusion	vis de type 1	vis de type 2

- **Les risques d'un mauvais choix de niveaux sont les suivants :**

Niveaux trop proches : les effets sont peu différents, ce qui empêche de prévoir l'évolution réelle de la réponse.



Niveaux trop éloignés : les effets peuvent être peu différents, ce qui empêche de prévoir l'évolution réelle de la réponse.



De même, si la valeur des facteurs fluctue trop autour du niveau fixé au cours de l'essai, il se peut que les 2 niveaux se retrouvent à des valeurs voisines d'une expérience à l'autre. Ce facteur pourrait alors être interprété à tort comme non influent.

### 3.3. Etape 3 : Choisir une matrice d'expériences.

Si l'on cherche à combiner les niveaux de toutes les façons possibles, on obtient une matrice, dont chaque ligne correspond à une combinaison. Par exemple si l'on veut combiner 3 facteurs à 2 niveaux chacun on obtient une matrice à 8 lignes :

numéro d'essai	Niveau du facteur A	Niveau du facteur B	Niveau du facteur C
1	1	1	1
2	1	1	2
3	1	2	1
4	1	2	2
5	2	1	1
6	2	1	2
7	2	2	1
8	2	2	2

Il faudrait donc faire 8 essais pour tester toutes les combinaisons. Dans les faits, il n'est pas nécessaire de réaliser tous les essais, 4 d'entre eux suffisent. En effet, construisons une matrice réduite avec les essais 1, 4, 6, 7 :

numéro d'essai	Niveau du facteur A	Niveau du facteur B	Niveau du facteur C
1	1	1	1
4	1	2	2
6	2	1	2
7	2	2	1

On voit que chaque facteur est combiné autant de fois à chaque niveau des autres facteurs. Ces 4 expériences seront suffisantes pour obtenir un résultat valide.

Dans l'exemple traité, le choix de la matrice se porte sur le modèle ci-dessus.

Essai	Niveau des facteurs		
	Type de vis	Vitesse	Température
1	1	1	1
2	1	2	2
3	2	1	2
4	2	2	1

#### • Cas des interactions

Considérons une matrice à 2 facteurs de 2 niveaux chacun. 4 expériences testent toutes les combinaisons. (La 3ème colonne est volontairement laissée vide pour l'instant)

Essai	A	B	AB	Résultats
1	1	1		R1
2	1	2		R2
3	2	1		R3
4	2	2		R4

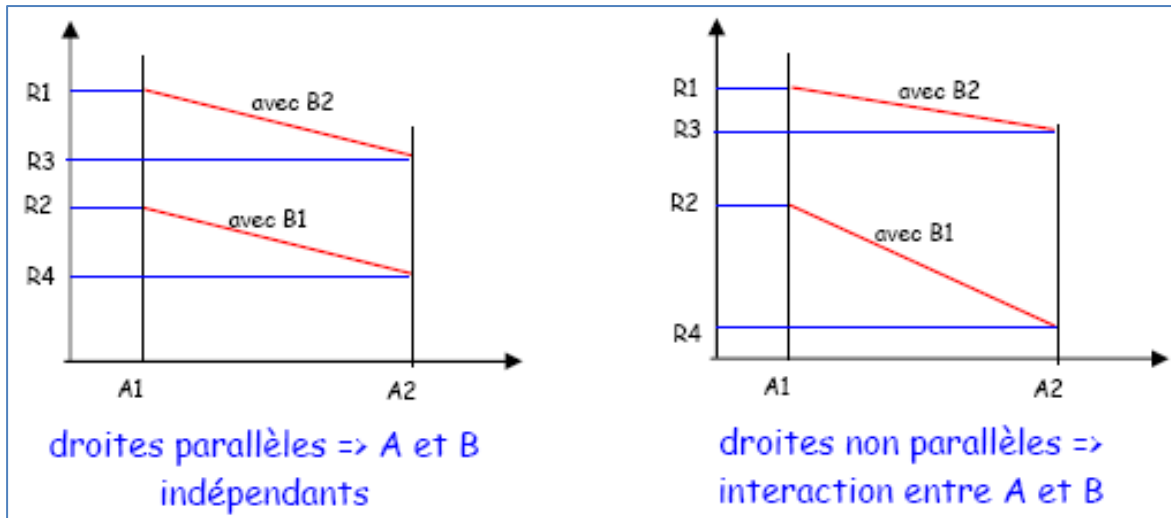
La contribution des effets de A quand il passe du niveau 1 au niveau 2 est:



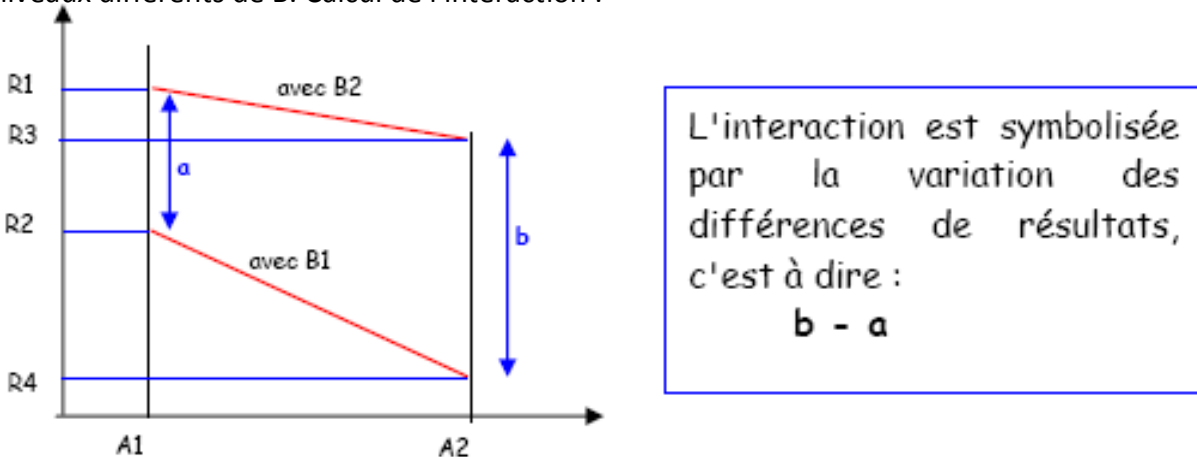
- $(R1 + R2) - (R3 + R4)$  (effet de A au niveau 1 – effet de A au niveau 2)

La contribution des effets de B quand il passe du niveau 1 au niveau 2 est:

- $(R1 + R3) - (R2 + R4)$  (effet de B au niveau 1 – effet de B au niveau 2)



Il y a interaction entre A et B si la variation entre A1 et A2 est différente pour des niveaux différents de B. Calcul de l'interaction :



- Interaction AB =  $b - a = (R3 - R4) - (R1 - R2) = (R1 + R4) - (R3 + R2)$

On peut considérer qu'il s'agit de :

L'effet de AB au niveau 1 – l'effet de AB au niveau 2

Ce calcul correspond alors à la 3ème colonne de la matrice (celle laissée vide).

Essai	A	B	AB	Résultats
1	1	1	1	R1
2	1	2	2	R2
3	2	1	2	R3
4	2	2	1	R4

On constate que la matrice d'un plan à 2 facteurs avec une interaction est identique à celle d'un plan à 3 facteurs indépendants.

On comprend alors que la prise en compte des interactions augmente sensiblement la taille des matrices, d'autant plus qu'en toute rigueur, il faudrait également étudier les interactions multiples (ex : pour 4 facteurs A, B, C, D les interactions sont AB, AC, AD, BC, BD, CD, ABC, ABD, ACD, BCD, ABCD).

Cependant, les études d'interactions multiples sont souvent négligées car trop complexes et pas assez rentables.

**Les matrices ont été standardisées, il n'est donc pas nécessaire de les construire soi-même.**

#### 3.4. Etape 4 : La réalisation des essais

L'ordre de réalisation des essais doit tenir compte de la difficulté de changement de niveau des facteurs. Il est préférable d'opter pour une organisation qui commence par les réglages les plus difficiles et qui fasse en sorte que le réglage le plus contraignant ne change qu'un nombre de fois minimum.

Dans notre exemple, si on suit l'ordre de la table, la vis n'est changée qu'une seule fois (ce qui est normal puisque le changement de vis est relativement long). La température change deux fois et la vitesse, plus facile à régler, change trois fois.

Chaque essai doit donner lieu à une fiche qui en assure la traçabilité.

Une fiche comporte :

- Les conditions de l'essai ;
- Les éléments de traçabilité (date, opérateur, ...) ;
- Un tableau de collecte des résultats (valeurs de l'échantillon) ;
- Un tableau de traitement (calcul de moyenne, d'écart type, ...) ;
- Un graphique éventuel ;
- Toute remarque permettant de faciliter l'analyse.

Il est recommandé de répéter l'expérience plusieurs fois afin d'obtenir un échantillonnage de la réponse. De cette façon, on s'affranchit quelque peu des effets des bruits.

En cas d'incident, il est préférable de recommencer l'essai.

Chaque essai doit être mené avec une grande rigueur pour assurer au maximum la stabilité des niveaux des facteurs au cours de l'essai.

Les essais hors production seront préférés aux essais en production.

Il est quelquefois intéressant de procéder en premier lieu à des plans d'expériences de dégrossissage, surtout si le problème est complexe.

Un premier plan permet de déterminer une zone de niveaux intéressants. Un second plan plus ciblé affinera les résultats en travaillant dans cette zone.

Résultats des essais pour l'exemple de l'extrudeuse :

N°	FACTEURS			MESURES					MOYENNE
	Vis	vitesse	Temp.	N°1	N°2	N°3	N°4	N°5	
1	1	1	1	92	84	78	86	85	85
2	1	2	2	114	112	109	108	107	110
3	2	1	2	93	96	95	95	96	95
4	2	2	1	102	105	101	98	104	102
Moyenne générale									98

### 3.5. Etape 5 : L'analyse des résultats :

L'analyse consiste à déterminer l'influence de chaque facteur sur le résultat, puis d'en déduire une combinaison de niveaux dont les influences cumulées donnent un résultat le plus proche possible de la valeur nominale.

Calcul des réponses moyennes correspondant à chaque niveau de chaque facteur :

#### Réponse moyenne du facteur "Vis" (Appelons ce facteur A)

$$\text{Niveau 1 : } A1 = (R1 + R2)/2 = (85 + 110)/2 = 97,5$$

$$\text{Niveau 2 : } A2 = (R3 + R4)/2 = (95 + 102)/2 = 98,5$$

(Remarquons que la moyenne de A1 et de A2 est bien égale à la moyenne générale M)

Facteur	Ecart niveau 1	Ecart niveau 2
A	-0,5	0,5
B	-8	8
C	-4,5	4,5

#### Réponse moyenne du facteur " Température "

#### (Appelons ce facteur B)

$$\text{Niveau 1 : } B1 = (R1 + R3)/2 = (85 + 95)/2 = 90$$

$$\text{Niveau 2 : } B2 = (R2 + R4)/2 = (110 + 102)/2 = 106$$

(Remarquons que la moyenne de B1 et de B2 est bien égale à la moyenne générale M)

#### Réponse moyenne du facteur "Vitesse" (Appelons ce facteur C)

$$\text{Niveau 1 : } C1 = (R1 + R4)/2 = (85 + 102)/2 = 93,5$$

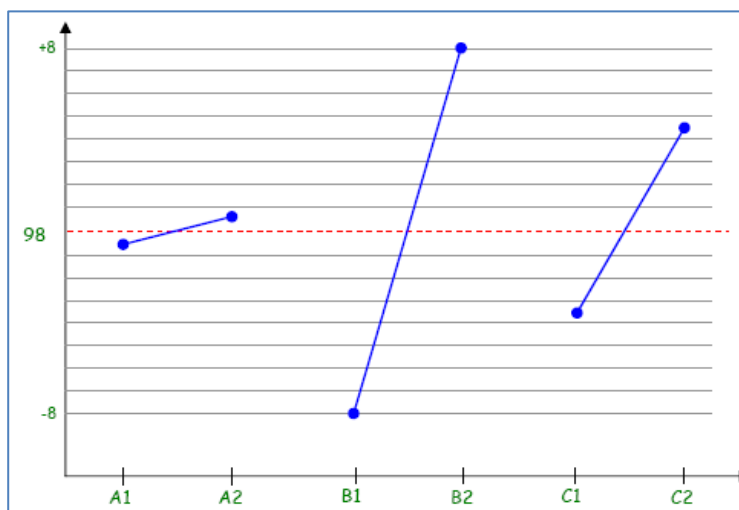
$$\text{Niveau 2 : } C2 = (R2 + R3)/2 = (110 + 95)/2 = 102,5$$

(Remarquons que la moyenne de C1 et de C2 est bien égale à la moyenne générale M)

Calcul des écarts par rapport à la moyenne générale :

On calcule les écarts  $A1 - M$ ,  $A2 - M$ ,  $B1 - M$ , .... (Avec  $M = 98$ ).

Représentations graphiques :



		Niveau retenu	effet
A	Vis	2	+0.5
B	Température	2	+8
C	Vitesse	1	-4.5
		<b>Somme des effets</b>	<b>+4</b>
		<b>Moyenne des essais</b>	<b>98</b>
		<b>Résultat prévisionnel</b>	<b>102</b>

On voit que le facteur A (type de vis) est peu influent. Les écarts constatés peuvent être dus aux erreurs de mesures. On va donc rechercher la meilleure combinaison BC permettant de réduire les écarts. La moyenne générale des essais est  $M = 98$ . La valeur nominale recherchée est 105. Par conséquent le choix de la combinaison finale doit permettre de gagner 7 centièmes de mm en plus. Examinons les différentes combinaisons BC possibles :

En retenant pour le facteur A la vis de type 2 (cette décision peut être d'ordre économique), on obtient la combinaison finale : A2B2C1. En combinant une vis de type 2 avec une température de 200°C et une vitesse d'extrusion de 0,25m/s on s'attend à avoir une épaisseur de tube conforme aux exigences de qualité du produit. On n'a pas éliminé les causes de la perte de qualité, on a simplement choisi des conditions de fabrication qui permettent d'en éliminer les effets.

### 3.6 Etape 6: La vérification expérimentale

La combinaison choisie ne donne pour l'instant qu'un résultat théorique. Il faut maintenant réaliser l'essai qui confirme ce résultat (ou qui l'infirme). Plusieurs conclusions sont possibles suite à la vérification :

- Le résultat obtenu est de 102 : prévision parfaite, on adopte la combinaison ;
- Le résultat est de 105 : résultat parfait car normalisé, on adopte la combinaison ;
- Le résultat est de 108 : résultat supérieur à la théorie mais dans les tolérances, on adopte la combinaison ;
- Le résultat est de 112 : résultat mauvais, hors tolérance, il faut revoir l'analyse.

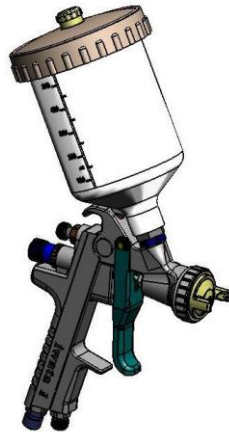
Les raisons de l'échec dans le dernier cas sont multiples :

- Un facteur important a été oublié et ce facteur a pu varier au cours des essais ;
- L'écart entre les niveaux est trop faible ou trop fort ;
- Un ou plusieurs facteurs ont fluctué (niveau instable) ;
- Il existe des interactions non prises en compte entre certains facteurs ;
- Une erreur de manipulation est survenue lors de la collecte des données (soit dans la collecte des essais initiaux, soit dans l'essai de vérification).

**Remarque :** il est possible de déterminer un intervalle de confiance autour de la prédiction théorique, ce qui permet de maîtriser le risque d'erreur.

### Application : Optimisation d'un procédé de peinture par pistolet

On considère le plan d'expériences visant à étudier les conditions de fonctionnement d'un pistolet à peinture servant à appliquer une couche de vernis sur des objets. Deux facteurs sont étudiés: la concentration de la solution dosée (facteur A) et la pression d'injection de peinture (facteur B). La réponse est la couleur obtenue allant de 0 (noir) à 60 (jaune).



1. Discuter le choix de ses deux facteurs A et B

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

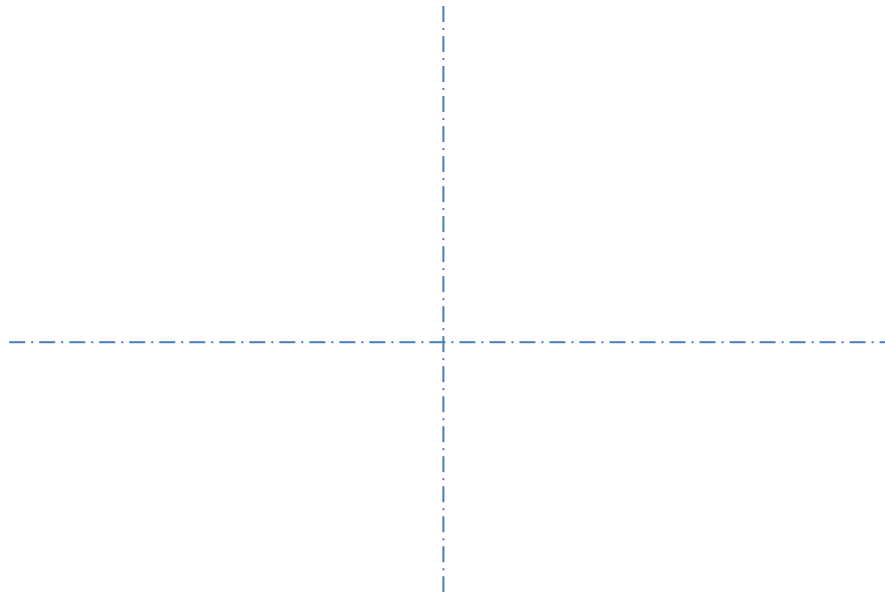
2. Proposer d'autres réponses qui peuvent être évaluées en vue de valoriser soit la qualité de peinture soit la productivité de procédé.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

3. Justifier le nombre des essais réalisés.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

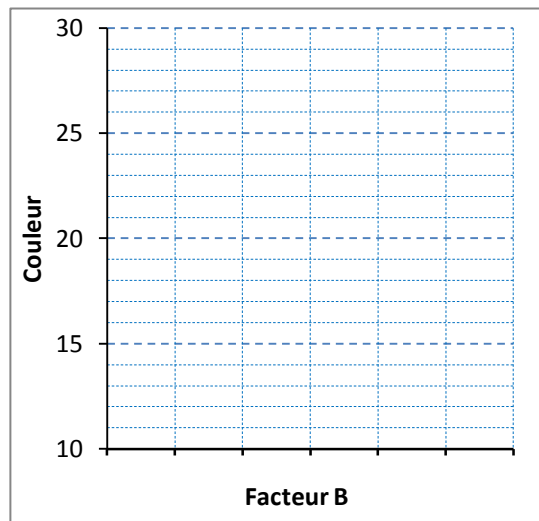
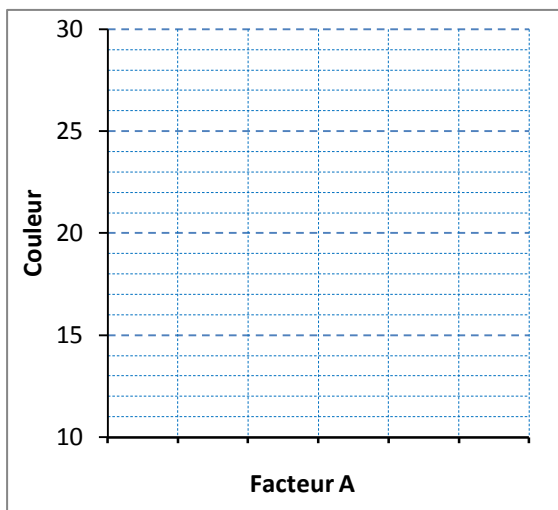
4. Dresser l'espace vectoriel 2D des expériences et placer les résultats des 4 essais



5. Calculer les effets (globaux et moyens) des facteurs A et B. Conclure.

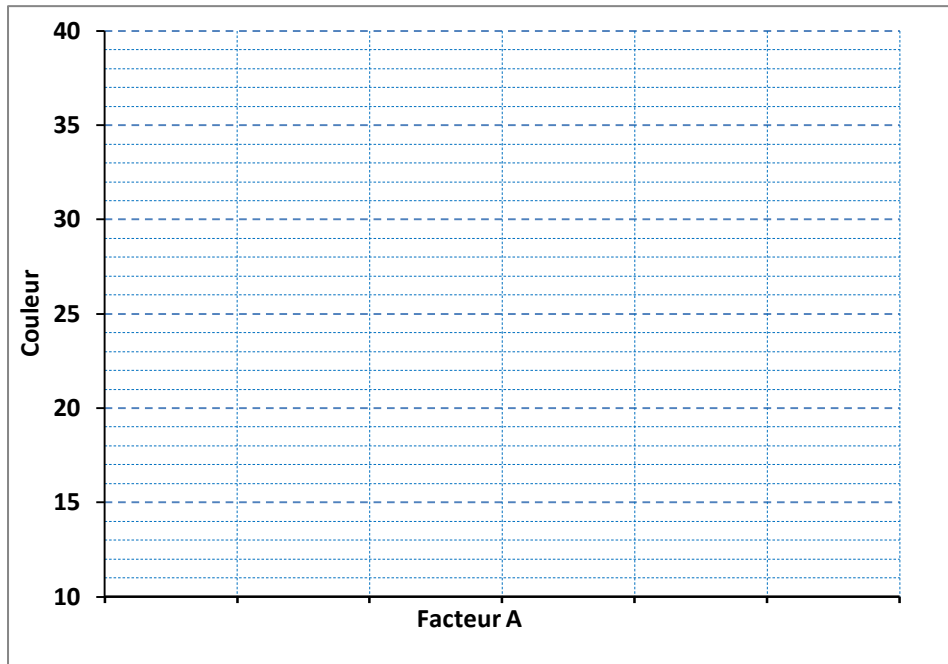
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

6. Illustrer graphiquement les effets de chaque facteur sur les graphiques ci-dessous.  
Conclure



.....  
.....  
.....  
.....

7. Représenter graphiquement l'effet de l'interaction A.B. Utiliser deux couleurs différentes. Conclure.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

8. Vérifier par le calcul le résultat obtenu dans la question précédente. Sélectionner la combinaison des facteurs qui permettra d'avoir un jaune plus prononcé.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

9. Remplir le tableau ci-dessous pour construire la matrice des effets.

N° Essai	Moyenne	Facteur A	Facteur B	Interaction A.B	Réponses
1	+				
2	+				
3	+				
4	+				
Moyenne ou effet ou interaction					

