CHAPITRE 2 : Statique des fluides l'hydrostatique

1/- Notions sur les pressions :

1-1/ Pression en un point d'un milieu fluide :

Soit deux volumes élémentaires en contact $\mathbf{dV_1}$ et $\mathbf{dV_2}$, et **dS** l'élément de surface qui les sépare. $\vec{n}$ la normale à **dS** au point **M**.

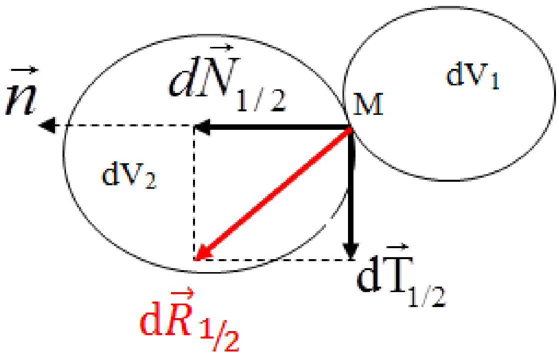


Figure 1: Actions de contact entre deux volumes élémentaires

L'action de dV_1 sur dV_2 est exprimée par :

$$d\vec{R}_{1/2} = d\vec{N}_{1/2} + d\vec{T}_{1/2}$$

Où :

- $d\vec{T}_{1/2}$: est la composante tangentielle à dS due à la viscosité du fluide lorsqu'il y a mouvement relatif (glissement de dV_2 par rapport à dV_1).

Or le fluide est au repos d'où : $d\vec{T}_{1/2} = \vec{0}$

- $d\vec{N}_{1/2}$: est la composante normale à dS dite la force de pression.

On pose $\|dN_{1/2}\| = p.ds \Leftrightarrow p = \frac{\|dN_{1/2}\|}{dS}$

Où : $\|dN_{1/2}\|$ exprimée en N, dS exprimée en m^2

p est la pression au point M exprimée en Pa

Remarque : La pression ***P*** au point **M** dans un fluide, ne dépend pas de l'orientation de la surface **dS**.

1-2/ les types de pression d'un fluide :

Il existe trois types de pression d'un fluide à savoir:

a/- La pression atmosphérique « $\mathbf{p_{atm}}$ »: c'est la pression de l'air, elle dépend de l'altitude.

Au niveau de la mer : $p_{atm} = 1\ atm \approx 1{,}013\ bar = 1.013\ 10^5\ Pa$

b/- La pression absolue « p_{ab} »: comme son nom l'indique cette pression est toujour positive, la référence pour cette pression est 0. Dans le vide $p_{ab} = 0$ bar.

c/- La pression effective « p_{eff} »: appelée aussi pression manométrique, elle peut être négative, positive ou nulle , la référence pour cette pression est p_{atm}. Dans le vide $p_{eff} = 0$ bar.

On peut dégager la relation suivante entre les différentes formes de pression : $p_{ab} = p_{eff} + p_{atm}$

2/- Equation générale de l'hydrostatique :

Etudiant l'équilibre d'une partie de fluide en forme de cylindre vertical de masse dm, de section droite très petite ΔS et d'une hauteur Δz (figure 2).

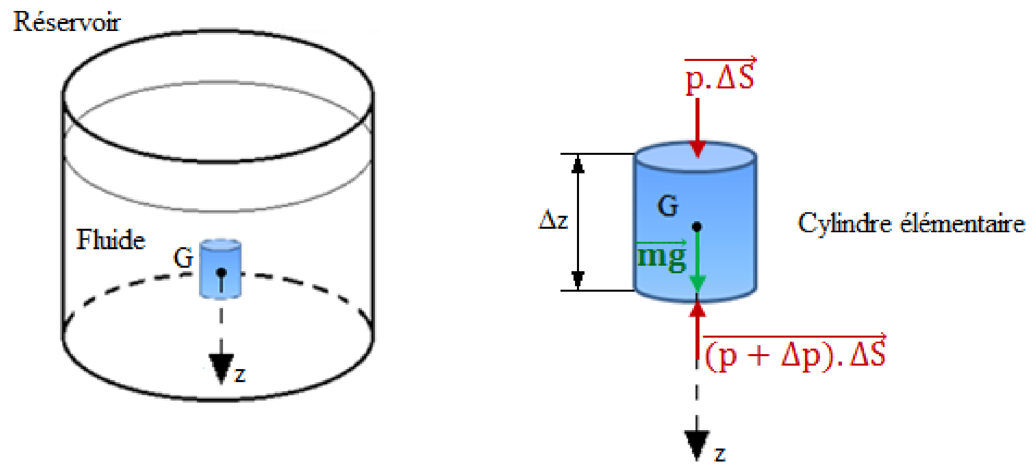


Figure 2: Equation générale de l'hydrostatique

Le cylindre est soumis à l'action de son poids et à l'action des forces de pression du milieu fluide extérieur.

- Poids: $P = dm.g$ or $m = \rho.dV$ donc $P = \rho.dV.g$ (avec $dV = \Delta z \,.\, \Delta S$)

- Forces de pression:

 - Face supérieure : $F_{sup} = p \,.\, \Delta S$

 - Face inférieure : $F_{inf} = (p+\Delta p) \,.\, \Delta S$ où Δp est la variation de pression entre la face supérieure et la face inférieure.

 - Face latérale : $F_{lat} = 0$ (les forces de pression $\perp$ à l'axe du cylindre s'opposent et s'annulent).

A l'équilibre : $\vec{P} + \overrightarrow{F_{sup}} + \overrightarrow{F_{inf}} = \vec{0}$

On projette l'équation sur l'axe OZ : $P + F_{sup} - F_{inf} = 0$

$$\rho.\Delta z.\Delta S.g + p.\Delta s - (p+\Delta p).\Delta S = 0$$

$$\rho.\Delta z.\Delta S.g - \Delta p.\Delta S = 0$$

$$\rho.\Delta z.g - \Delta p = 0$$

$$\Delta p = \rho.\Delta z.g$$

D'où on peut déduire l'équation générale de l'hydrostatique entre deux points A et B du milieu fluide : $p_A - p_B = \rho.g.(z_A - z_B)$

Où : p_A et p_B sont respectivement les pressions du fluide aux points A et B.

z_A et z_B sont respectivement les coordonnées sur l'axe z des points A et B.

* Remarque :

La pression dans un fluide homogène ne dépend que de la différence de l'hauteur et de la masse volumique ; elle est notamment indépendante de la taille ou de la forme du récipient recueillant le fluide (figure3). Cela a des conséquences importantes :

– Pour une altitude donnée la pression est la même ;

– La surface libre d'un fluide est plane (sauf si la tension de surface joue un rôle).

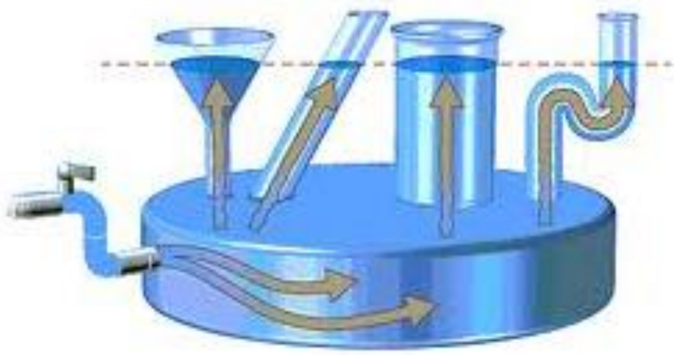


Figure 3: Pression indépendante de la forme du récipient

* Application : **Mesure de la pression atmosphérique (Baromètre de Torricelli, ~ 1643)**

Soit un récipient contenant du mercure de masse volumique ρ_{Hg} = 13600 kg/m^3. On plonge dans le récipient un tube vertical, le niveau de la surface du mercure à l'intérieur du tube se stabilise à une hauteur h = 0.76 m. Sachant que le vide règne dans la partie supérieure du tube, déterminer la pression à la surface du mercure contenu dans le récipient.

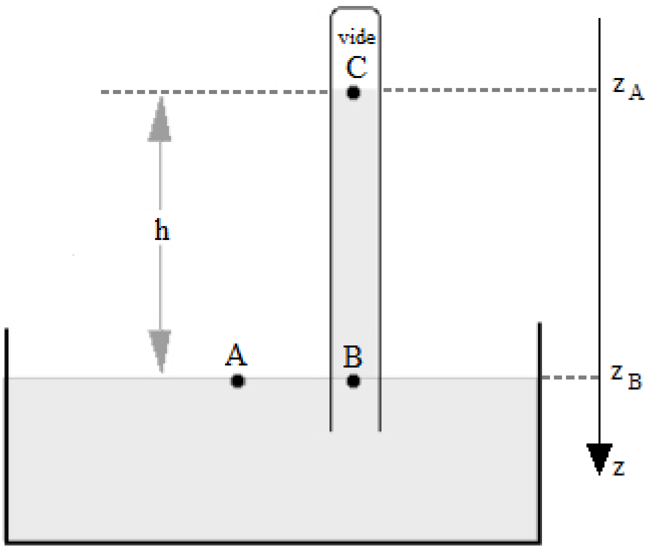


Figure 4: Baromètre de Torricelli, ~ 1643

* Correction :

Soient : - A un point appartenant à la surface du mercure contenu dans le récipient.

- B un point appartenant au mercure contenu dans le tube et situé sur le même plan horizontal passant par le point A. $\Rightarrow p_A = p_B$.

- C un point appartenant à la surface du mercure contenu dans le tube.

En appliquant l'équation générale de l'hydrostatique entre les points B et C, on trouve :

$p_B - p_C = \rho.g.(z_B - z_C) \quad \Leftrightarrow \quad p_B = p_C + \rho.g.(z_B - z_C)$

Avec : $(z_B - z_C) = h$, $p_B = p_A$ et $p_C = 0$

D'où on trouve : $p_A = \rho.g.h$

AN : $p_A = 13600 * 9.81 * 0.76 = 101396.16$ Pa $= 1.013$ bar p_{atm}.

3/- Théorème de Pascal :

Soit un liquide incompressible de masse volumique (ρ) en équilibre et soient deux points A et B appartenant à ce liquide (figure 4).

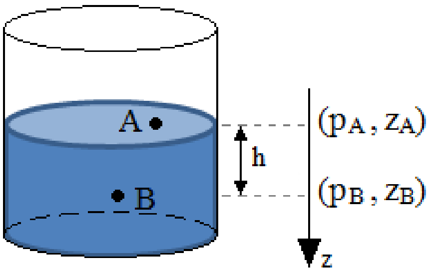


Figure 5: Théorème de Pascal (1)

En appliquant l'équation générale de l'hydrostatique entre A et B on trouve :

$$p_B = p_A + \rho.g.\,h$$

On exerce une force sur la surface, et on provoque une surpression Δp (figure 5).

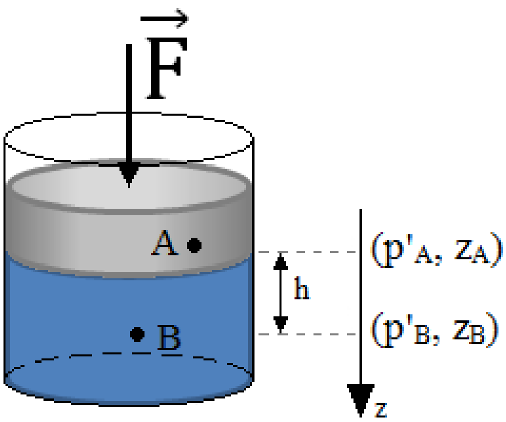


Figure 6: Théorème de Pascal (2)

L'équation générale de l'hydrostatique entre A et B devient :

$$p'_B = p'_A + \rho.g.\,h$$

avec : $p'_A = p_A + \Delta p \quad \Rightarrow \quad p'_B = p_A + \Delta p + \rho.g.\,h$

or on a : $p_A + \rho.g.\,h = p_B \quad \Rightarrow \quad p'_B = p_B + \Delta p$

D'où on peut tirer le théorème de Pascal: Pour tout fluide incompressible en équilibre, la variation de la pression en un point se transmet intégralement en tout point du fluide.

* Application : **Levier hydraulique**

Dans la figure 6, les surfaces des cylindres A et B sont respectivement de 40 et 4000 cm² et B a une masse de 4000 kg. Le récipient et les conduits sont remplis de liquide de densité 0,75. Déterminer la valeur de la force F qui assurera l'équilibre, sachant que le poids du cylindre A est négligeable. On donne h = 0.3 m.

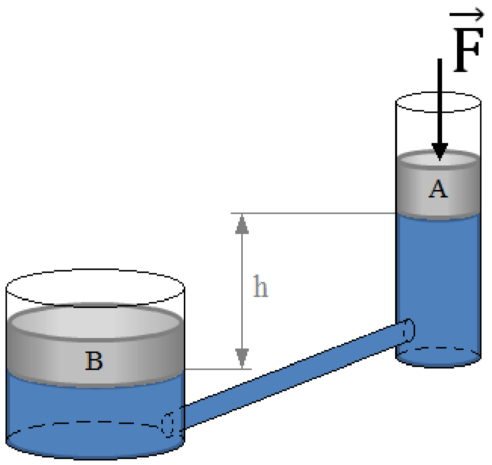


Figure 7: Levier hydraulique

* Correction :

On a : $p_B = p_A + \rho_l.g.\,h$

Avec : $p_B = \frac{m_B.g}{S_B}$, $p_A = \frac{F}{S_A}$ (le poids du cylindre A est négligeable), $\rho_l = d_l.\rho_{eau}$

L'équation devient : $\frac{m_B.g}{S_B} = \frac{F}{S_A} + d_l.\rho_{eau}.g.h \Rightarrow F = \left(\frac{m_B.g}{S_B} - d_l.\rho_{eau}.g.h\right).S_A$

AN : on trouve pour $g = 9.81\ m/s^2$: **F** = 383.571 N.

4/- Action de pression exercée sur une paroi plane :

Soient une paroi dS d'un récipient contenant un liquide, et un point M appartenant à cette paroi.

- La pression au point M du côté du liquide est $p_1(M) = p_{atm} + \rho.g.h$.

- L'action de pression qu'exerce le liquide sur l'élément de surface dS est $d\vec{F}_1 = p_1(M).dS.\vec{n}$. Cette action est toujours perpendiculaire à dS.

- L'action de pression qu'exerce l'air sur l'élément de surface dS est $d\vec{F}_2 = -\ p_{atm}(M).dS.\vec{n}$.

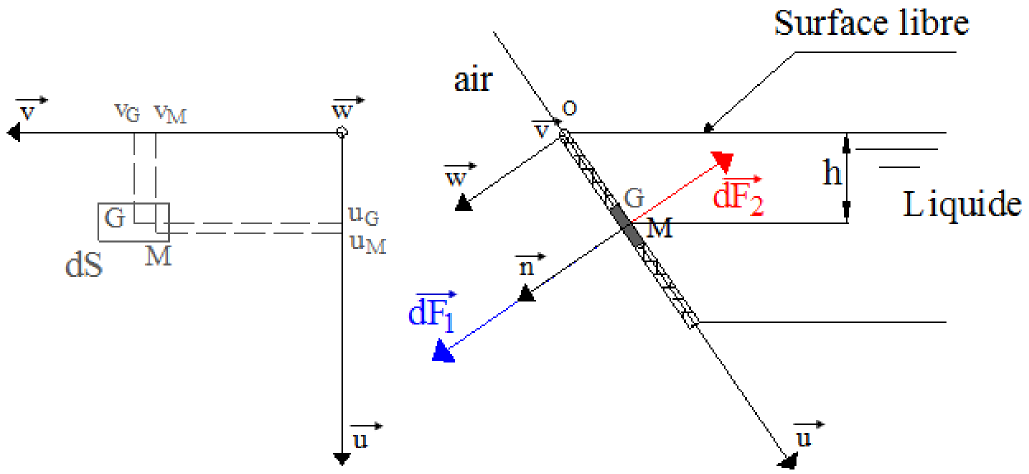


Figure 8: Action de pression exercée sur une paroi plane

A l'équilibre de la surface dS : la résultante des actions de pression élémentaire est

$d\vec{F} = d\vec{F}_1 + d\vec{F}_2 = p_1(M).dS.\vec{n} - patm(M).dS.\vec{n}$

$d\vec{F} = (p_1 - patm).dS.\vec{n}$. Or $p_1 - p_{atm} = \rho.g.h$

D'où on trouve: $$d\vec{F} = \rho.g.h.ds.\vec{n}$$

4-1/ Intensité de la force de pression :

La force de pression $\vec{F}$ est déterminée par la relation suivante :

$$\vec{F} = \int d\vec{F} = \int_S \rho.g.h.ds.\vec{n}$$

- Dans le repère $R(O,\vec{u},\vec{v},\vec{w})$ on a : les coordonnées du point M sont (u_M , v_M , 0)

$dS = du.dv$ et $h = u_M.\sin\theta$

d'où $\vec{F} = \int_S \rho.g.\sin\theta\, u_M\, ds.\vec{n}$

Par définition le centre de gravité est défini par :

$$S.\overrightarrow{OG} = \int \overrightarrow{OM}.dS \Rightarrow \begin{cases} S.u_G = \int u_M dS \\ S.v_G = \int v_M dS \end{cases}.$$

Donc on peut écrire $\vec{F} = \rho.g.\sin\theta.u_G.S.\vec{n}$ or $h_G = \sin\theta.u_G$

Où h_G est la profondeur du centre de gravité de la paroi par rapport à la surface libre.

D'où on aura la relation suivante : $\vec{F} = \rho.g.h_G.S.\vec{n}$

a/ Cas d'une paroi horizontale :

Soit un réservoir ouvert à l'air libre de surface de base S contenant une hauteur h de liquide de masse volumique ρ.

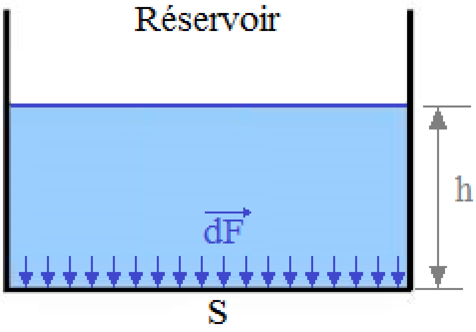


Figure 9: Cas d'une paroi horizontale

On a : $\vec{F} = \int \overrightarrow{dF} \Rightarrow F = \int dF$

Or la surface S est horizontale donc la pression est uniforme sur toute la surface, d'où on peut écrire que : $F = \int \rho.g.h.dS = \rho.g.h.\int dS = \rho.g.h.S$

b/ Cas d'une paroi verticale :

Maintenant on vas déterminer la force qui s'exerce sur une paroi verticale du réservoir traité au niveau de la paragraphe 4-1. La section de cette paroi est S_v de longeur L(figure 10).

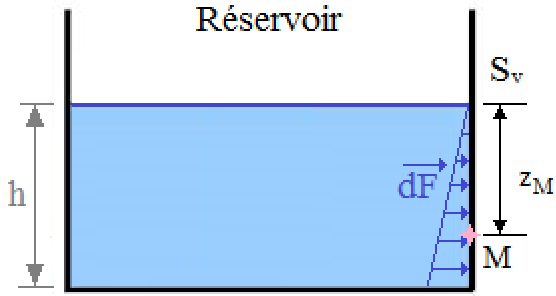


Figure 10: Cas d'une paroi verticale

Soit M un point quelconque appartenant à S_v

On a : $\overrightarrow{F_M} = \int \overrightarrow{dF_M} \Rightarrow F_M = \int dF_M$

Avec : $\overrightarrow{dF_M} = \rho\ .g.h_M.\ ds.\vec{n}$ et $h_M = z_M$ $\Rightarrow F_M = \int \rho.g.z_M.dS_v$

Or $dS_v = L.dz$ $\Rightarrow F_M = \int \rho.g.z_M.L.dz = \rho.g.L.\int z_M.dz$

$$F_M = \rho.g.L.\left[\frac{z^2}{2}\right]_0^h = \rho.g.L.\frac{h^2}{2}$$

4-2/ Position du point d'application de la force de pression (Centre de poussée) :

Soit C de coordonnées $(u_C, v_C, 0)$ le point d'application de la résultante des forces de pression. On désire déterminer la position de ce point.

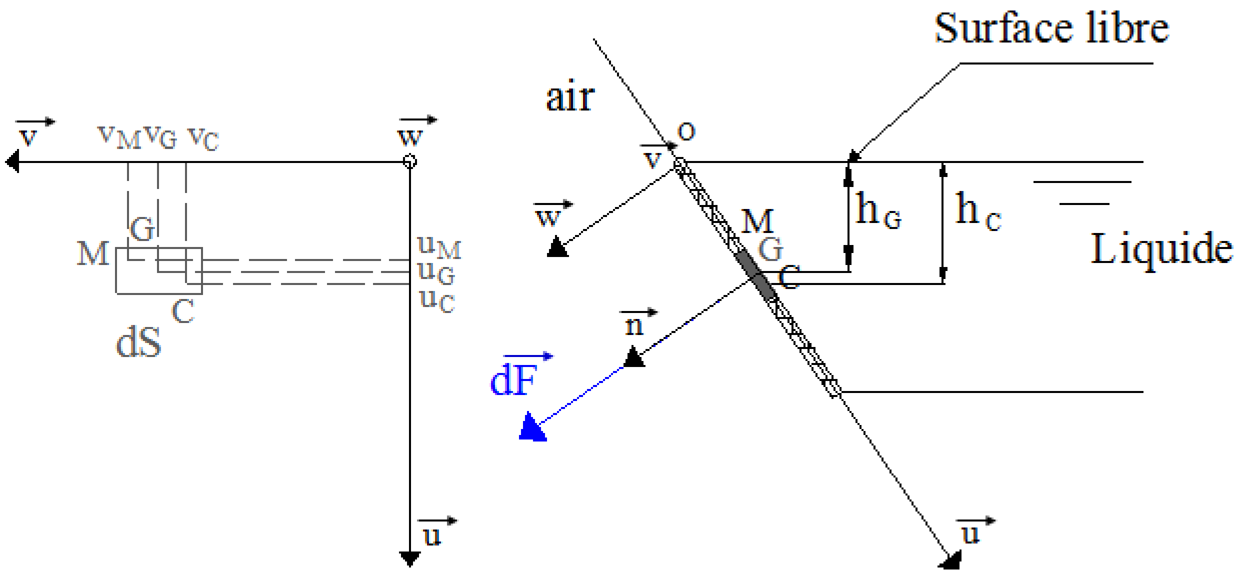


Figure 11: Position du centre de poussée

On a :

$$\vec{M}_o(\vec{F}_c) = \int \vec{M}_o\,(\vec{dF}_c)$$

Or $\vec{M}_o(\vec{F}_c) = \vec{OC} \wedge \vec{F}_c$ et $\vec{M}_o(\vec{dF}_c) = \vec{OM} \wedge \vec{dF}_c$

Calcul de $\vec{M}_o(\vec{F}_c)$: $\vec{OC} \wedge \vec{F}_c = \begin{vmatrix} u_c \\ v_c \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ F_c \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} F_c.v_c \\ -F_c.u_c \\ 0 \end{vmatrix}$

Calcul de $\vec{M}_o(\vec{dF}_c)$: $\vec{OM} \wedge \vec{dF}_c = \begin{vmatrix} u_M \\ v_M \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ dF_c \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} dF_c.v_M \\ -dF_c.u_M \\ 0 \end{vmatrix}$

Puisque $\vec{M}_o(\vec{F}_c) = \int \vec{M}_o\,(\vec{dF}_c) \Rightarrow \vec{OC} \wedge \vec{F}_c = \int \vec{OM} \wedge \vec{dF}_c$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_c.v_c = dF_c.v_M & (1) \\ F_c.u_c = dF_c.u_M & (2) \end{cases}$$

* Détermination de u_c :

D'après l'équation (2) on a : $F_c.u_c = dF_c.u_M$

Or on a $F_c = \rho.g.h_G.S$ et $dF_c = \rho.g.h_M.dS$

Donc on peut écrire $\rho.g.h_G.u_c.S = \int u_M \rho.g.h_M.dS \Leftrightarrow u_c.h_G.S = \int h_M.u_M.dS$

Or d'après la figure 11 on a : $h_G = u_G \sin\theta$ et $h_M = u_M \sin\theta$

$\Leftrightarrow \quad u_c . u_G . \sin\theta . S = \sin\theta . \int u_M . u_M . dS$

Le terme $\int u_M . u_M . dS \;=\; \int u_M^2 . dS$ représente le moment quadratique de la surface S

$\Rightarrow \int u_M^2 . dS \;=\; I_{ov}$, d'après Huygens on a : $I_{ov} = I_{Gv} + S . u_G^2$

Donc on peut écrire $\Leftrightarrow \quad u_c . u_G . \sin\theta . S = \sin\theta . (I_{Gv} + S . u_G^2)$

$$\Rightarrow \; u_c = \frac{I_{Gv}}{u_G . S} + \frac{S . u_G^2}{u_G . S} \qquad \Rightarrow \qquad u_c = \frac{I_{Gv}}{u_G . S} + u_G$$

A partir de cette relation on peut déduire la profondeur du centre de poussée par rapport à la surface libre du liquide : $h_c = \frac{I_{Gv}}{h_G . S} \sin^2\theta + h_G$

* Détermination de v_c :

D'après l'équation (1) on a : $F_c . v_c = dF_c . v_M$

On peut écrire $\rho . g . h_G . v_c . S = \int v_M \rho . g . h_M . dS$

$\Rightarrow \; v_c . h_G . S = \sin\theta . \int u_M . v_M . dS$

Or $\int u_M . v_M . dS \;=\; I_{o_{uv}}$, d'après Huygens on a : $I_{o_{uv}} = I_{G_{uv}} + S . u_G . v_G$

Donc on peut écrire $\Leftrightarrow \quad v_c . h_G . S = \sin\theta . (I_{G_{uv}} + S . u_G . v_G)$

$$\Leftrightarrow \quad v_c = \frac{I_{G_{uv}} . \sin\theta}{h_G . S} + v_G$$

* Si la paroi est verticale : $\theta = \frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow \quad h_c = \frac{I_{Gv}}{h_G . S} + h_G$

* Si la paroi est horizontale : $\theta = 0 \quad \Rightarrow \quad h_c = h_G$ et $u_c = u_G$

* Application :

Soit un barrage contenant de l'eau (figure 12), calculer les coordonnées du centre de poussée et le point d'application de la résultante des efforts de pression exercée par l'eau.

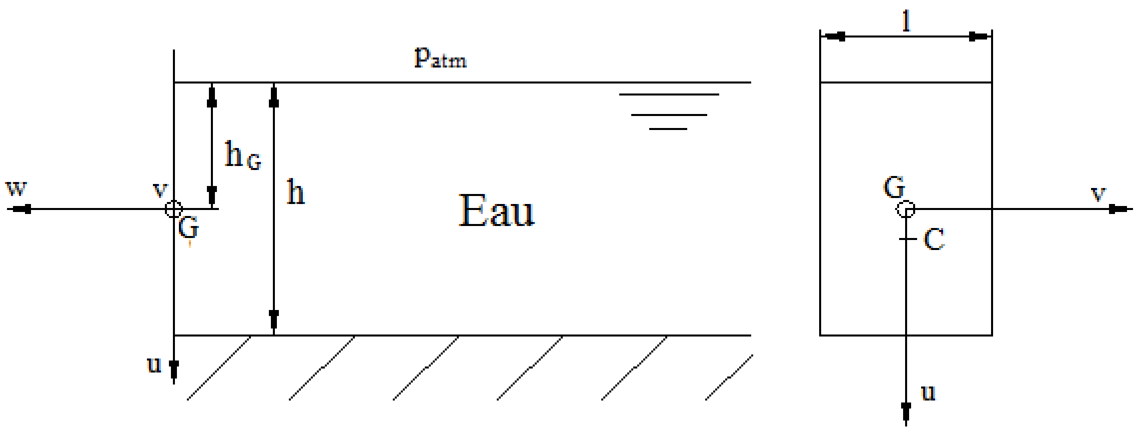


Figure 12: Barrage à étudier

* Correction :

La surface de contact entre le barrage et l'eau est verticale donc sinθ = 1, d'où on peut écrire :

$$h_C = \frac{I_{GV}}{S.h_G} + h_G$$

$$u_C = \frac{I_{GV}}{S.u_G} + u_G$$

$$v_C = \frac{I_{GUV}}{S\ .\ h_G} + v_G$$

La surface de contact entre le barrage et l'eau est rectangulaire, de longueur L et largeur l, donc son moment quadratique est : $I_{G_v} = \frac{l.L^3}{12}$

La hauteur correspondant au centre de gravité G est : $h_G = \frac{L}{2}$

La hauteur correspondant au centre de poussée C est : $h_C = \frac{\frac{l.L^3}{12}}{l.L.\frac{L}{2}} + \frac{L}{2} = \frac{L}{6} + \frac{L}{2} \Rightarrow h_C = \frac{2L}{3}$

$$u_C = h_C - h_G = \frac{2L}{3} - \frac{L}{2} = \frac{L}{6}$$

L'axe $\vec{u}$ est un plan de symétrie de la surface de contact, donc $v_C = v_G$, or G coïncide avec l'origine du repère d'où $v_C = v_G = 0$.

5/- Poussée d'Archimède :

5-1/ Histoire et légende :

Archimède est un savant grec qui vécut à Syracuse (Sicile) de 287 av. J.-C. à 212 av. J.-C. Il est connu pour ses multiples travaux scientifiques, théoriques ou pratiques, que ce soit en mathématique ou en physique. Parmi ces derniers, son Traité des corps flottants jette les bases de ce qui sera plus tard la science nommée hydrostatique. C'est notamment dans cet ouvrage qu'il étudie avec rigueur l'immersion d'un corps, solide ou fluide, dans un fluide de densité inférieure, égale ou supérieure. Le théorème qui portera plus tard le nom du savant y est ainsi énoncé (ce théorème fut ensuite démontré au XVI^e siècle).

le roi Hiéron II de Syracuse (306-214) aurait demandé à son jeune ami et conseiller scientifique Archimède (âgé seulement de 22 ans) de vérifier si une couronne d'or, qu'il s'était fait confectionner comme offrande à Zeus, était totalement en or ou si l'artisan y avait mis de l'argent. La vérification avait bien sûr pour contrainte de ne pas détériorer la couronne. La forme de celle-ci était en outre trop complexe pour effectuer un calcul du volume de l'ornement. Archimède aurait trouvé le moyen de vérifier si la couronne était vraiment en or, alors qu'il était au bain public, en observant comment des objets y flottaient. Il serait alors sorti dans la rue en s'écriant le célèbre « *Eurêka* » (j'ai trouvé).

Ce qu’a constaté Archimède au bain public est que, pour un même volume donné, les corps n'ont pas le même poids apparent, c'est-à-dire une masse par unité de volume différente. On parle de nos jours de masse volumique. L'argent (masse volumique 10 500 $kg \cdot m^{-3}$) étant moins dense que l'or (masse volumique 19 300 $kg \cdot m^{-3}$), il a donc une masse volumique plus faible : pour obtenir un poids voulu il faudra une plus grande quantité d'argent que d'or. De là, Archimède a déduit que si l'artisan a caché de l'argent dans la couronne du roi, la couronne est plus grande que si, pour le même poids, elle avait été faite exclusivement d'or, alors elle a une masse volumique plus faible qu'une couronne de même taille seulement en or.

Pour répondre à la question du roi Hiéron, Archimède a donc pu comparer les volumes d'eau déplacés par la couronne et une quantité d'or de poids identique. Si les deux déplacent le même volume d'eau, leur masse volumique est alors égale et on peut en conclure que les deux sont composés du même métal. Pour réaliser l'expérience, on peut imaginer plonger la masse d'or dans un récipient rempli à ras-bord (et muni d'un bec verseur pour mieux observer la chose). Une certaine quantité d'eau débordera alors du récipient (on peut la recueillir pour la mesurer). Ensuite, on retire l'or et on le remplace par la couronne à étudier. Si la couronne est bien totalement en or, alors l'eau ne débordera pas. En revanche, si sa densité est plus faible et donc son volume plus important pour la même masse, de l'eau supplémentaire débordera.

5-2/ Enoncé du théorème :

Tout corps plongé dans un fluide au repos, entièrement mouillé par celui-ci ou traversant sa surface libre, subit une force verticale, dirigée de bas en haut et opposée au poids du volume de fluide déplacé ; cette force est appelée poussée d'Archimède.

- Si le solide et le fluide sont homogènes alors G et C sont confondus.
- Si le solide et le liquide sont hétérogènes alors G et C sont distincts.

Pour assurer l’équilibre du corps immergé, il faut que le centre de poussée et le centre de gravité soient alignés.

* Remarques :

1- Si la masse volumique du solide est inférieure à celle du liquide ($\rho_s < \rho_L$): le solide flotte.

2- Si la masse volumique du solide est égale à celle du liquide ($\rho_s = \rho_L$): le solide est immergé et il reste en suspension dans le liquide.

3- Si la masse volumique du solide est supérieure à celle du liquide ($\rho_s > \rho_L$): le solide est immergé et il touche le fond du contenant du liquide.

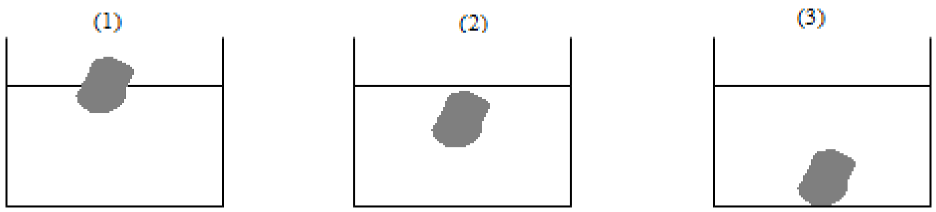


Figure 13: Variation de la position du solide dans un liquide en fonction ρ

On cherche à déterminer la résultante des forces de pression qui s’exercent sur un solide en équilibre dans un liquide.

5-3/ Poussée d'Archimède :

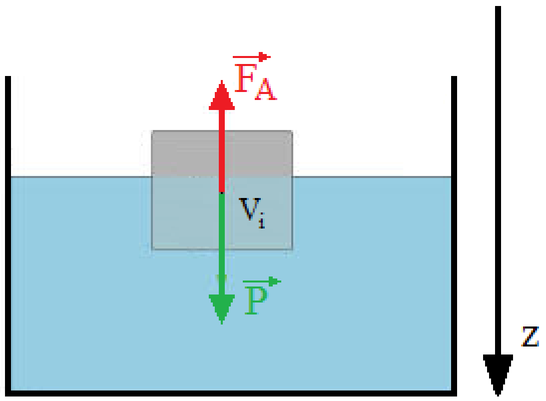


Figure 14: Poussée d'Archimède

Le volume fictif de fluide reste en équilibre sous l'action de son poids $\vec{P}$ et de l'ensemble des forces de pression exercées sur sa surface extérieure par le fluide environnant.

L'application du principe fondamental de la statique montre que la résultante des forces de pression (ou poussée d'Archimède $\vec{F}_A$) est égale et opposée au poids $\vec{P}$.

$$\vec{F}_A = -m.\vec{g} = -\rho.V_i.\vec{g}$$

Avec :

V_i : volume de fluide déplacé (m^3)
$g =$ 9,81 $m.s^{-2}$
F_A : poussée d'Archimède (N)
ρ: masse volumique du fluide ($kg.m^{-3}$)

5-4/ Condition de stabilité:

Dans le cas d'un solide partiellement immergé ou d'un solide complètement immergé mais non homogène, le centre de poussée A est distincts du centre de gravité G du solide, ce qui influe sur la stabilité du solide.

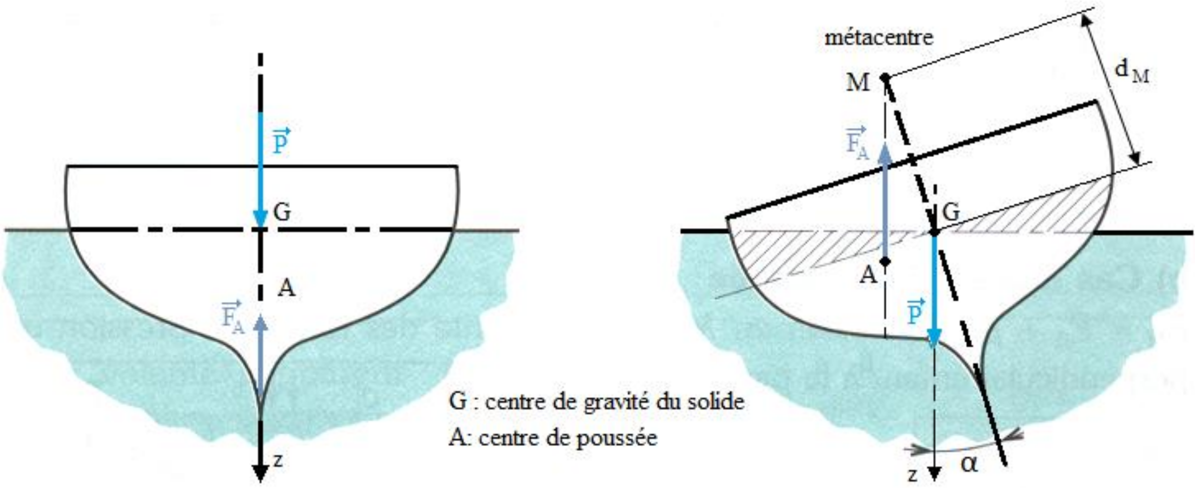


Figure 15: Condition de stabilité

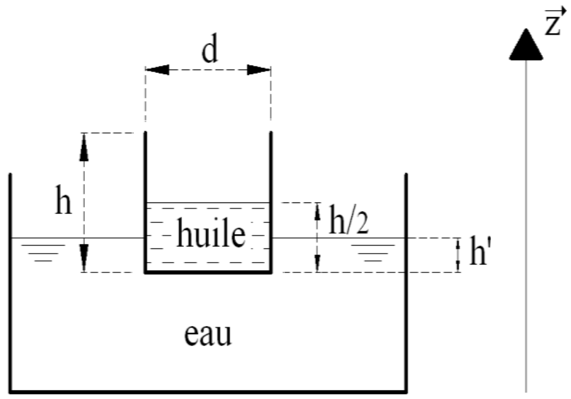
Le point M, situé à l'intersection de la verticale passant par le point A et de l'axe de symétrie du solides, est appelé métacentre et d_m est la distance métacentrique.

Si M est situé au-dessus de G, il y a toujours stabilité ; le solide tend à revenir dans sa position d'équilibre après un écart. Il y a instabilité dans le cas contraire, lorsque M est au-dessous de G.

* Application :

Un corps cylindrique de diamètre **d = 50 mm**, de hauteur **h = 0,4 m** et de masse négligeable est rempli d'huile jusqu'à la moitié de sa hauteur. La masse volumique de l'huile est ρ_{huile} **= 900 kg/m³**.

L'ensemble (corps cylindrique + huile) est immergé dans l'eau.



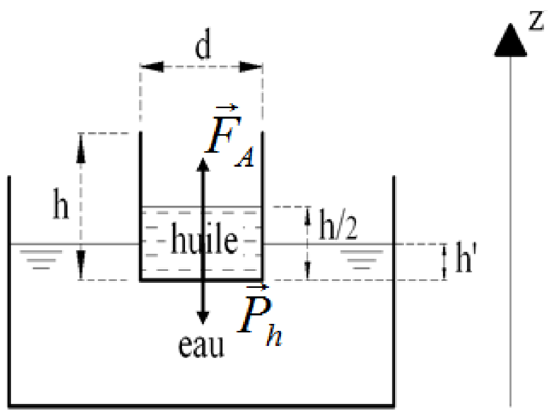
1°) Isoler l'ensemble (corps cylindrique + huile) et faire l'inventaire des forces qui lui sont appliquées.

2°) Donner l'équation d'équilibre statique de cet ensemble. En projetant cette équation sur l'axe $\vec{Z}$, exprimé **h'** en fonction de **h**, ρ_{huile} et ρ_{eau} . Calculer **h'**.

3°) En remplaçant le volume d'huile par le même volume d'eau dans ce corps cylindrique, calculer dans ce cas la nouvelle valeur de **h'**.

* Correction :

1/-



On a : - $\vec{P}_h$: Le poids de l'huile.

- $\vec{F}_A$: La poussée de l'eau (poussée d'Archimède).

2/- On a : $\vec{P}_h + \vec{F}_A = \vec{0}$

Projection sur l'axe $\vec{z}$: $\left\|\vec{P}_h\right\| + \left\|\vec{F}_A\right\| = 0$

Avec : $\left\|\vec{P}_h\right\| = m_h.g = \rho_h.V_h.g = \rho_h.\frac{h}{2}.\frac{\pi.d^2}{4}.g$

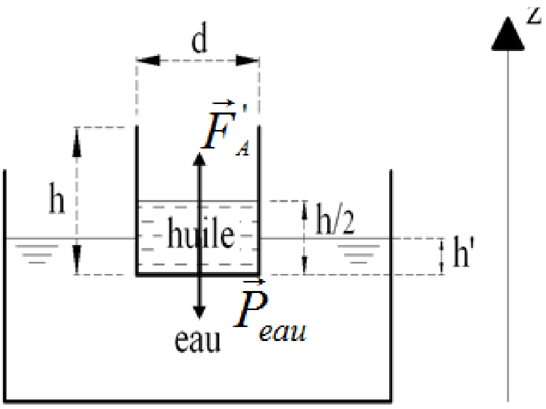
$$\left\|\vec{F}_A\right\| = m_{eau\ d}.g = \rho_{eau}.V_{eau\ d}.g = \rho_{eau}.h^{'}.\frac{\pi.d^2}{4}.g$$

En remplacent chaque terme par sa relation on trouve : $\rho_{eau}.h^{'}.\frac{\pi.d^2}{4}.g - \rho_h.\frac{h}{2}.\frac{\pi.d^2}{4}.g = 0$

$\rho_{eau}.h^{'} - \rho_h.\frac{h}{2} = 0$ d'où on trouve : $h^{'} = \frac{\rho_h.h}{2.\rho_{eau}}$

A.N. : $h^{'} = 0{,}18m$

3/-



On a : $\vec{P}_{eau} + \vec{F}_A^{'} = \vec{0}$

Projection sur l'axe $\vec{z}$: $\left\|\vec{F}_A^{'}\right\| - \left\|\vec{P}_{eau}\right\| = 0$

Avec : $\left\|\vec{P}_{eau}\right\| = m_{eau}.g = \rho_{eau}.Veau_h.g = \rho_{eau}.\frac{h}{2}.\frac{\pi.d^2}{4}.g$

$$\left\|\vec{F}_A^{'}\right\| = m_{eau\ d}^{'}.g = \rho_{eau}.V_{eau\ d}^{'}.g = \rho_{eau}.h^{'}.\frac{\pi.d^2}{4}.g$$

En remplacent chaque terme par sa relation on trouve : $\rho_{eau}.h^{'}.\frac{\pi.d^2}{4}.g - \rho_{eau}.\frac{h}{2}.\frac{\pi.d^2}{4}.g = 0$

$h^{'} - \frac{h}{2} = 0$ d'où on trouve : $h^{'} = \frac{h}{2}$

A.N. : $h^{'} = 0{,}2m$