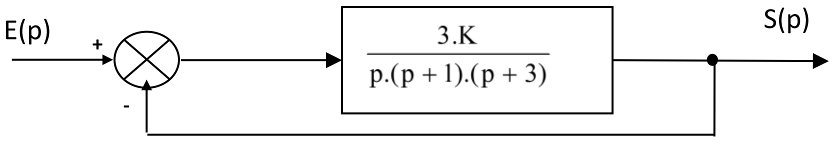
PARTIE 2 : TD , DS et Examens

TD1

1. STABILITE

Soit le système suivant :



Trouver la condition sur k pour que le système soit stable.

2. PRECISION

On considère le même exemple précédent.

2.1. Calculer en fonction de K l'erreur statique de position et l'erreur statique de traînage.

2.2. Calculer k pour avoir une erreur statique de vitesse de 10%.

3. RAPIDITE

On considère le même exemple précédent.

3.1. Déterminer la valeur de K qui assure un dépassement inférieur ou égal à 6%

3.2. Cette valeur de K assure-t-il la stabilité du système.

3.3. Calculer la valeur du dépassement et du temps de pic.

Solution :

1. Soit H(p) la fonction de transfert en boucle fermée.

$$H(p)=\frac{3.k}{p.(p+1).(p+3)+3.k}=\frac{3.k}{p^3+4.p^2+3.p+3.k}$$

L'équation caractéristique est: $D(p)=p^3+4.p^2+3.p+3.k$

1ère condition : vérifiée si et seulement si: **k>0**

2ème condition :

P^3	1	3
P^2	4	3.k
P^1	(12-3.k)/4	0
P^0	3.k	

Pour que la deuxième condition soit vérifiée, il faut que:**12-3.k>0 et 3.k>0.**

Pour que le système soit stable il faut que:**0<k<4.**

2. Soit G(p) la fonction de transfert du système en boucle ouverte.

$$\varepsilon(p)=\frac{E(p)}{1+G(p)}$$

$$\varepsilon(p)=\frac{E(p)}{1+\frac{3.k}{p.(p+1).(p+3)}}=\frac{p^3+4.p^2+3.p}{p^3+4.p^2+3.p+3.k}.E(p)$$

- ***Erreur statique de position:*** ➔ $E(p)=\frac{E}{p}$.

$$\varepsilon_\infty=\lim_{t\to\infty}\varepsilon(t)=\lim_{p\to 0}p.\varepsilon(p)=\lim_{p\to 0}p.\frac{p^3+4.p^2+3.p}{p^3+4.p^2+3.p+3.k}.\frac{E}{p}=0\rightarrow \boxed{\varepsilon_\infty=0}$$

- ***Erreur statique de vitesse:*** ➔ $E(p)=\frac{E}{p^2}$.

$$\varepsilon_\infty=\lim_{t\to\infty}\varepsilon(t)=\lim_{p\to 0}p.\varepsilon(p)=\lim_{p\to 0}p.\frac{p^3+4.p^2+3.p}{p^3+4.p^2+3.p+3.k}.\frac{E}{p^2}=\frac{E}{k} \qquad \boxed{\varepsilon_\infty=\frac{E}{k}}$$

$$\varepsilon_\infty=0{,}1\Leftrightarrow\frac{E}{k}=0{,}1\Leftrightarrow \qquad \boxed{k=10.E}$$

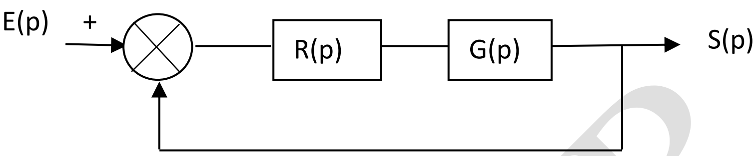
TD2

EXERCICE N° 1

Considérons un système représenté par la fonction suivante :

$$G(p) = \frac{4}{(1+50p)\,(1+12p)^2}$$

Ce système est asservi à l'aide d'un régulateur R(p) dans une boucle fermée à rétroaction négative unitaire



I.R(p) = k_p

Déterminer les valeurs de K_p pour lesquelles le système en boucle fermé est stable. (Routh)

II.R(p) = 1

1. Quels sont :

   a) Le gain statique K du processus ?
   b) Son ordre n ?
   c) Sa classe ?

2. Ecrire la transmittance complexe T(jω) et en déduire :

   a) L'équation du module de T(jω) (exprimé en dB), en fonction de ω,
   b) L'équation de l'argument de T(jω), (noté φ et exprimé en degrés), en fonction de ω.

3. On donne ci-joint le tracé sur un abaque de Black de la réponse harmonique du système en boucle ouverte.
   Déduire de cette courbe (figure 1) les grandeurs suivantes relatives à un asservissement par retour unitaire du système.
   a) La marge de gain MG (en dB)
   b) La marge de phase Mφ (en degrés)
   c) Le pic de résonnance
   d) La pulsation de résonnance
   e) L'erreur statique de position (en %)
   f) Connaissant ces valeurs, conclure quant aux performances du système asservi.

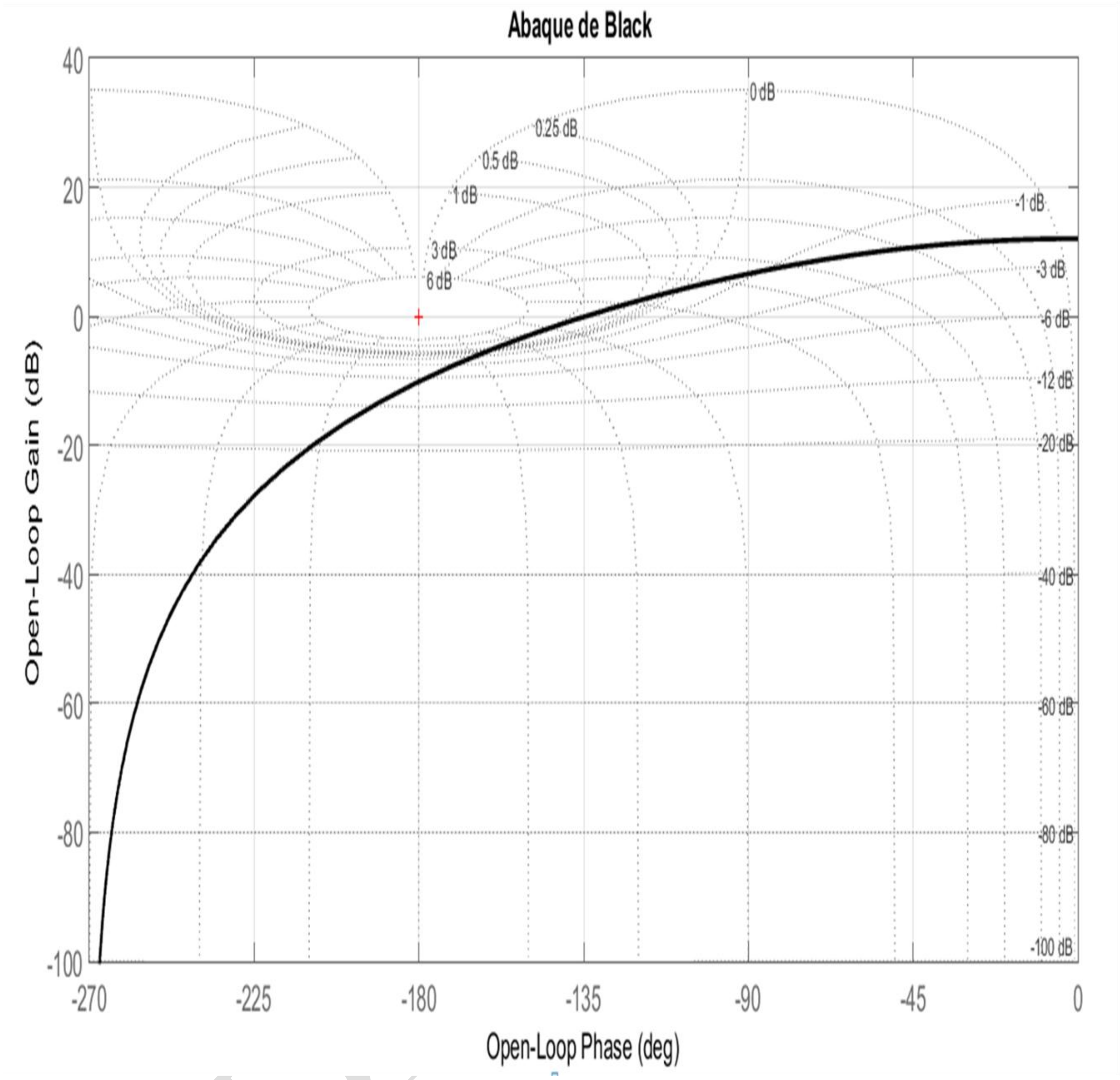
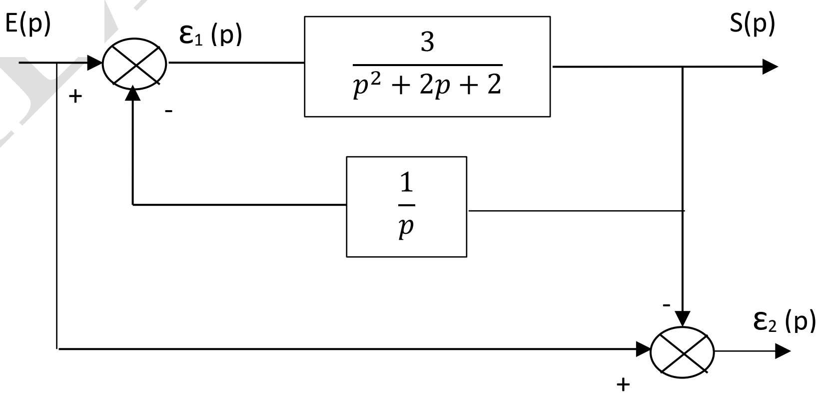


Figure 1 : Réponse harmonique

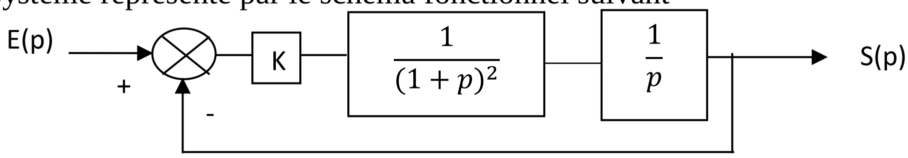
EXERCICE N° 2 : Système à retour quelconque



Faire l'étude statique des erreurs $\varepsilon_1(p)$ et $\varepsilon_2(p)$ pour les entrées de type échelon, rampe et accélération.

EXERCICE N°3

On considère le système représenté par le schéma fonctionnel suivant



On désigne par F(p) la fonction de transfert en boucle ouverte et H(p) sa fonction de transfert en boucle fermée.

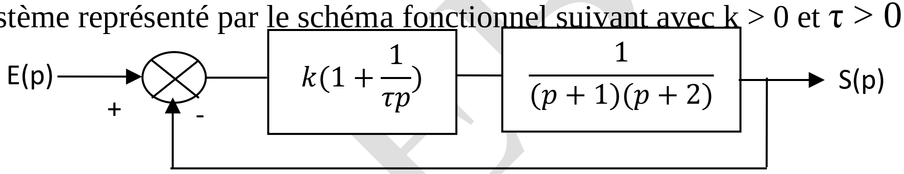
1- Calculer la fonction de transfert en boucle fermée du système.
2- A l'aide du critère de Routh, étudier la stabilité du système bouclé.
3- Calculer l'erreur permanente pour une entrée de type échelon unitaire.
4- On pose K =1
a- Donner l'expression de F(jw) et arg[F(jw)].
b- Compléter le tableau suivant:

W	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.75	1	1.2	1.4	1.6	2
F_{dB}												
arg[F(jw)]												

c- Tracer le lieu de transfert en boucle ouverte dans le plan de Black
d- Déduire la marge de gain et la marge de phase.

EXERCICE N°4 : Critère de Naslin

On considère le système représenté par le schéma fonctionnel suivant avec k > 0 et τ > 0.



1) - A l'aide du critère de Naslin, calculer les rapports caractéristiques α_i :
2) - Pour un dépassement **D% ≤ 6%** et sans prise en compte du numérateur N(p), Représenter l'hyperplan **τ = f(k)** et hachurer la zone ou le **D% ≤ 6%.**
Calculer le temps de pic T_p pour k = 2.5 et τ = 0.74s,
3) - On vous donne ci-dessous (figure 2) la réponse indicielle pour k = 2.5 et τ = 0.74s,
Déterminer graphiquement : T_p , T_m , T_s , D% , gain statique k_s et l'erreur statique de position ε_p.
4) - Même question que (2), mais avec prise en compte du numérateur N(p), on donne pour :

$$H(p) = \frac{N(p)}{D(p)} = \frac{b1\ p + b0}{a3\ p^3 + a2\ p^2 + a1\ p + a0} \quad ; \quad \alpha_0' = 1.5 + 4(\frac{a0}{a1})(\frac{b1}{b0})(\alpha_0 - 1.5)$$

NB : Cette formule n'est applicable que pour un numérateur d'ordre 1

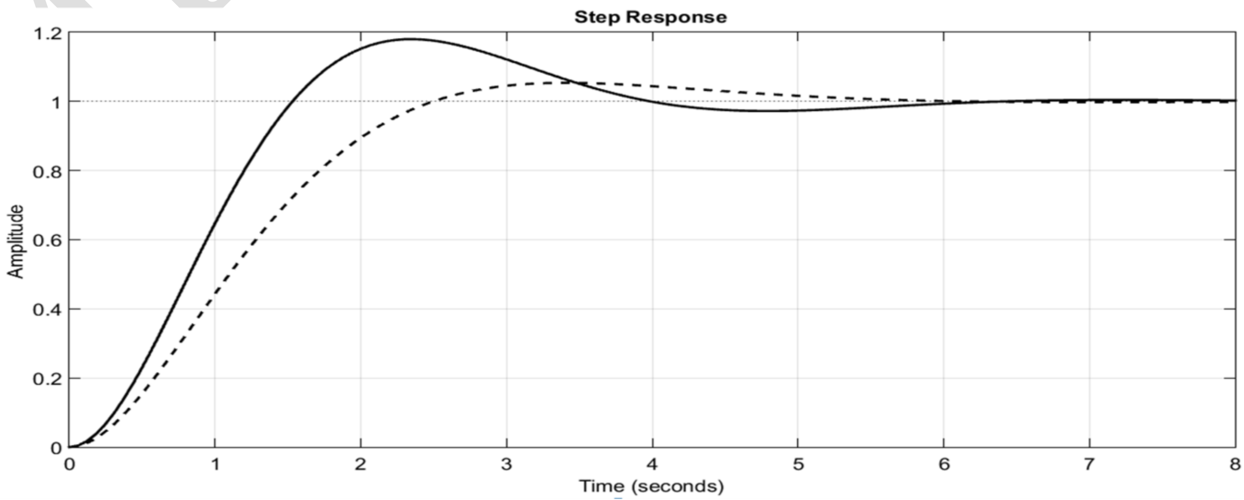
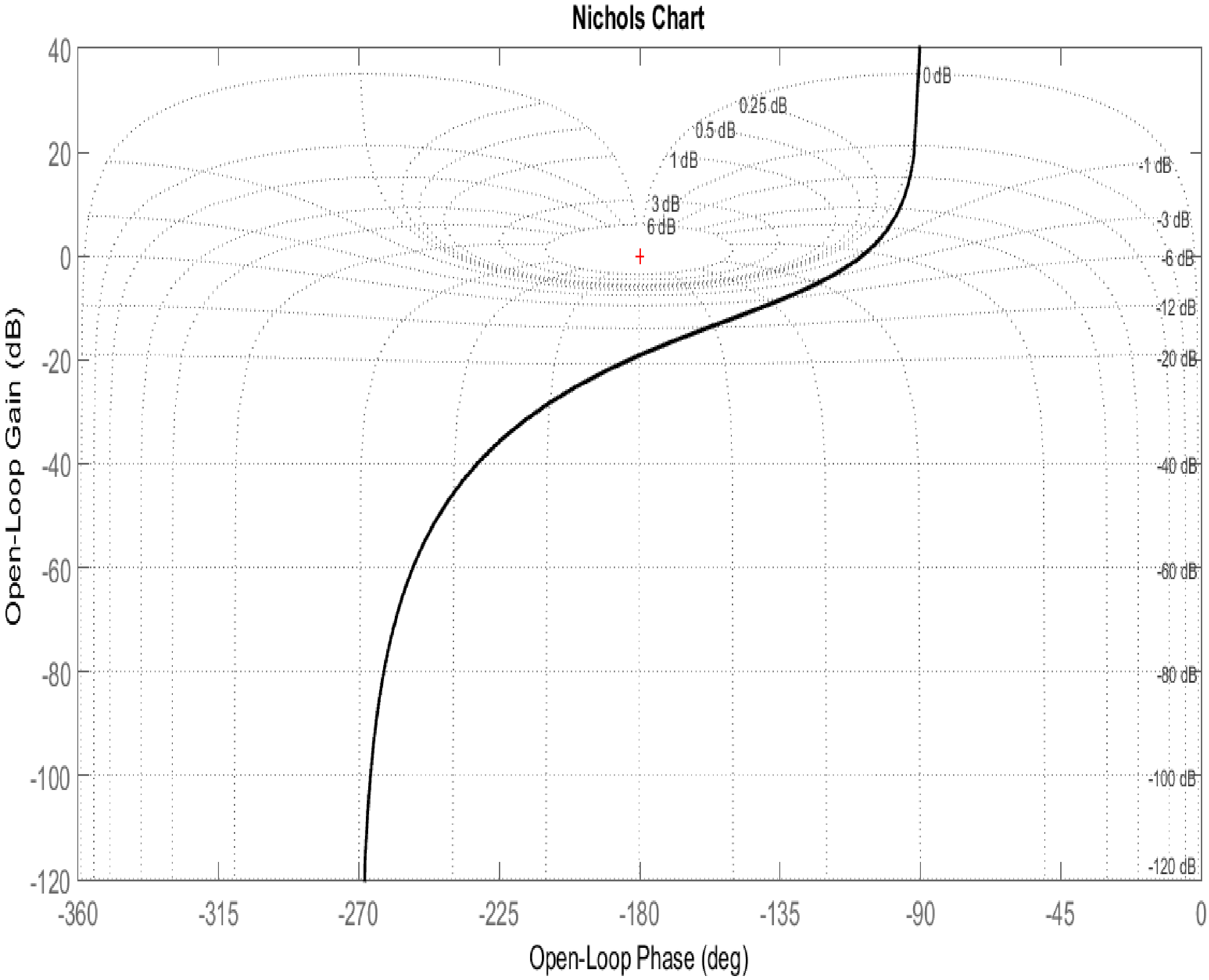


Figure 2 : Réponse indicielle pour k = 2.5 et τ = 0.75s

EXERCICE N°4 : Abaque de Black

On donne ci-dessous le tracé sur un abaque de Black de la réponse harmonique du système en boucle ouverte.



Quels sont :

a) La classe α, l'ordre (n) et le gain statique (K) du processus en BO ?

………

………

………

b) Déduire de cette courbe les grandeurs suivantes relatives à un asservissement par retour unitaire.

La marge de gain MG (en dB) ………………………………………………………………………………

La marge de phase Mϕ (en degrés) ……………………………………………………………………………

Le pic de résonnance Mp(en dB)…………………………………………………………………………

L'erreur statique de position (en %) ……………………………………………………………………

c) Connaissant ces valeurs, conclure quant aux performances du système asservi

………

TD3

On considéré 1'asservissement suivant :

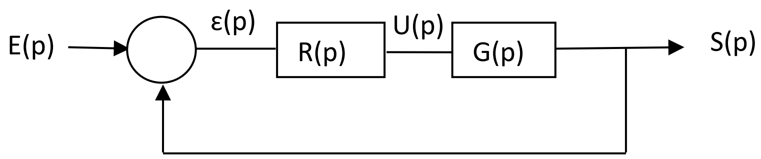


Figure 1

Avec E(p) la consigne, U(p) la commande, R(p) le régulateur et G(p) représente le processus et est donnée par les essais en régime harmonique suivants :

W(rd/s)	**0.001**	**0.003**	**0.005**	**0.007**	**0.01**	**0 012**	**0.015**	**0.017**	**0.02**	**0.04**	**0.06**
GdB	29.9	28.9	27.1	24.8	21	18.4	14.6	12.3	9	-6.9	-17
Arg(G)	-17	-50	-80	-105	-135	-151	-169	-178	-190	-228	-241

1- Représenter sur le plan de black la transmittance du processus.

Que peut-on dire de la stabilité du processus en boucle fermée.

2- R(p)=k.

2-1- Déterminer le gain critique kc.

2-2- Calculer k pour avoir une marge de phase de 45°.

En déduire la marge de gain, le pic de résonance, la pulsation de résonance et la bande passante.

2-3- Calculer l'erreur statique de position.

3- R(p) = k(1+200p)

3-1- Pour k = 0.1, représenter le lieu de black du système en boucle ouverte.

3-2- Déterminer les marges de gain et de phase, le pic de résonance, la pulsation de résonance et la bande passante.

3-3-Calculer k pour avoir une marge de phase de 45°.

En déduire la marge de gain, le pic de résonance, la pulsation de résonance et la bande passante.

3-4-Pour cette dernière valeur de k, calculer l'erreur statique de position.

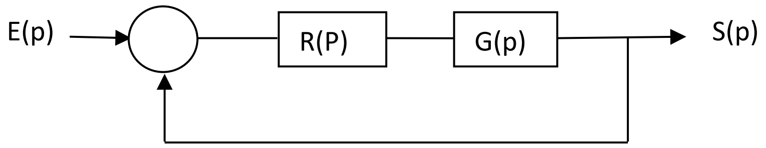
Examen Janvier 2011

Exercice 1 :

Considérons un système représenté par la fonction suivante :

$$G(p) = \frac{4}{(1+50p)\,(1+12p)^2}$$

Ce système est asservi à l'aide d'un régulateur R(p) dans une boucle fermée à rétroaction négative unitaire



III.   R(p) = 1

4. Quels sont :

   d) le gain statique K du processus ?
   e) son ordre n ?
   f) sa classe ?

5. Ecrire la transmittance complexe T(jω) et en déduire :

   g) l'équation du module de T(jω) (exprimé en dB), en fonction de ω,
   h) l'équation de l'argument de T(jω), (noté φ et exprimé en degrés), en fonction de ω.

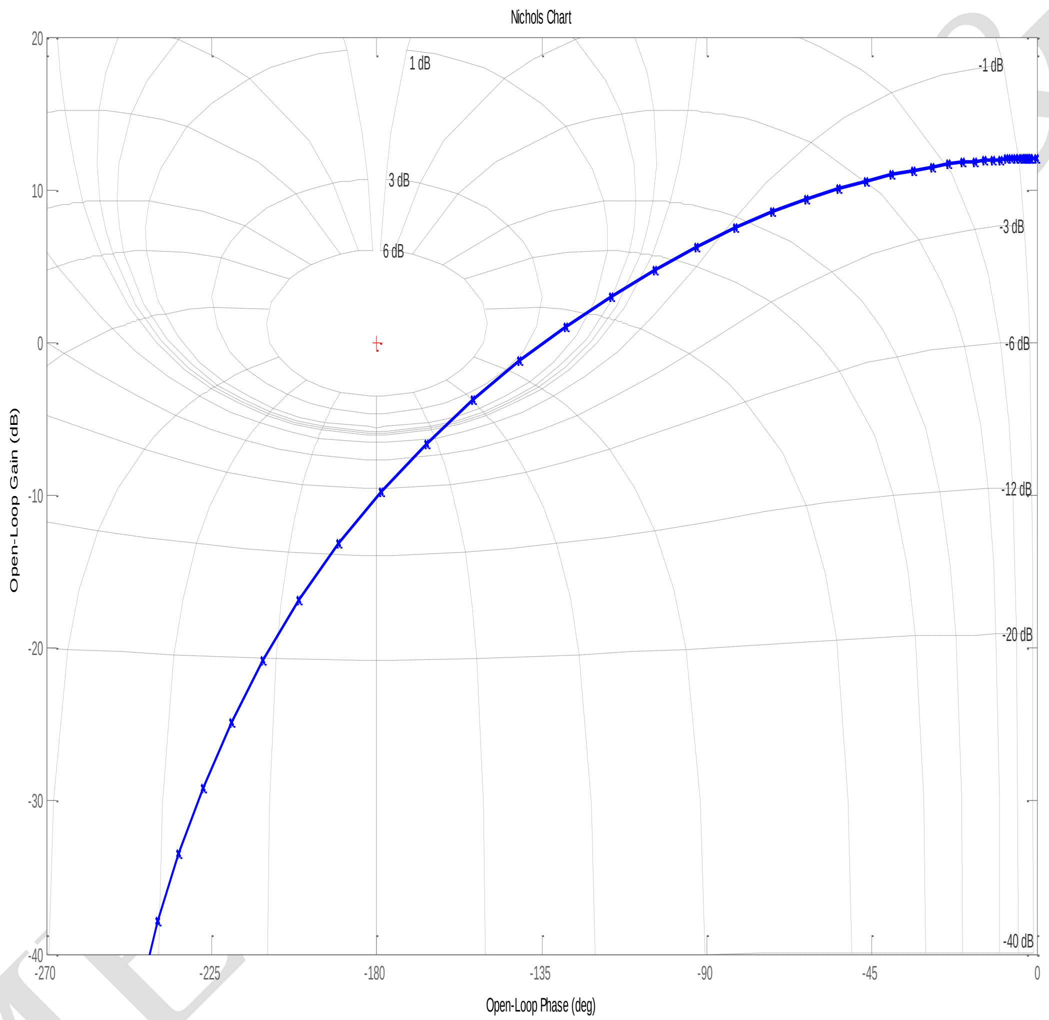
6. On donne ci-joint le tracé sur un abaque de Black de la réponse harmonique du système en boucle ouverte.

   Déduire de cette courbe les grandeurs suivantes relatives à un asservissement par retour unitaire du système.

   c) La marge de gain MG (en dB)
   d) La marge de phase Mφ (en degrés)
   i) Le pic de résonnance
   j) La pulsation de résonnance
   k) L'erreur statique de position (en %)
   l) Connaissant ces valeurs, conclure quant aux performances du système asservi

IV. R(p) = kp

1. Déterminer les valeurs de Kp pour les quelles le système en boucle fermé est stable. (Routh)
2. Tracer avec précision le lieu des pôles du système (avec Kp > 0). (echelle 1cm→ 0.01)
3. Démontrer par la méthode graphique les valeurs de Kp calculé dans II.1.
4. Etudier, suivant les valeurs de Kp, la stabilité et la nature du système en boucle fermée.
5. Déterminer les valeurs de Kp permettant de garantir une marge de stabilité absolue ($\sigma = -0.02$).



DS Novembre 2011

Soit un système d'entrée u(t) et de sortie y(t) représenté par l'équation différentielle suivante :

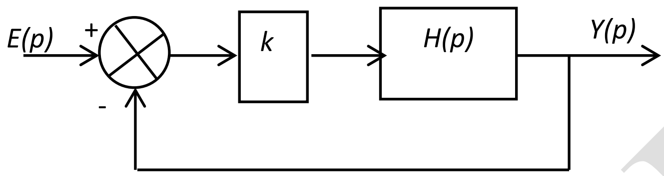
$$10\dddot{y}(t) + 17\ddot{y}(t) + 8\dot{y}(t) + y(t) = 4u(t)$$

1. Déterminer la transformée de Laplace du système puis donner sa fonction de transfert

$$H(p) = \frac{Y(p)}{U(p)}$$

2. On donne $H(p) = \frac{4}{(1+p)(1+2p)(1+5p)}$

   Le système est mis dans une boucle de régulation avec une correction proportionnelle donné par représentation suivante :



   a) Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée T(p).
   b) En utilisant le critère de Routh, déterminer la condition de stabilité sur k. Quel est la valeur du gain critique kc qui permet d'avoir la limite de stabilité.

3. Etude harmonique du système en boucle ouverte avec k=1

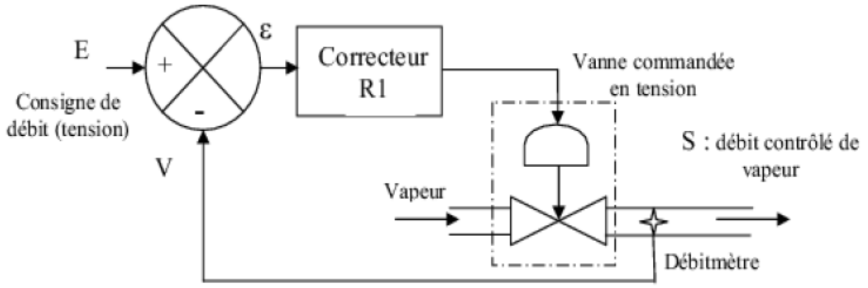
   a) Cette étude nous a permis de remplir le tableau suivant :

ω(rad/s)	0,01	0,03	0,1	0,2	0,3	0,6	0,9	2
$\lvert H(j\omega)\rvert_{dB}$	12	11,9	10,9	8,2	5,2	-3,2	-10	-27
$arg(H(j\omega))$	-4,5	-13,7	-43,6	-78	-104	-153	-180	-223,7

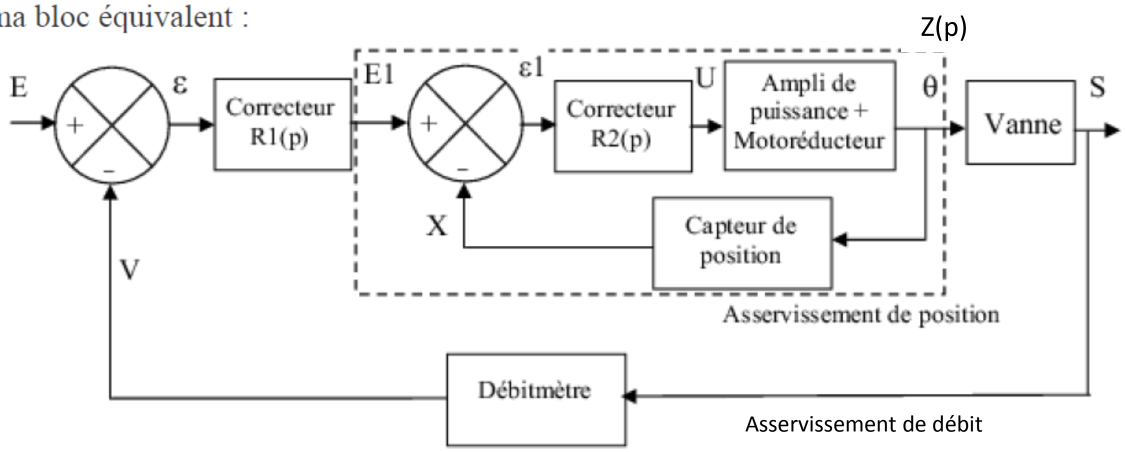
   b) Représenter le système dans le diagramme de Bode, déterminer la marge de gain et la marge de phase puis en déduire la stabilité du système en boucle fermée.

Examen Janvier 2012

Dans un système échangeur de chaleur, le circuit primaire véhicule de la vapeur dont on va chercher à réguler le débit. Le schéma de principe est le suivant :



Un schéma bloc équivalent :



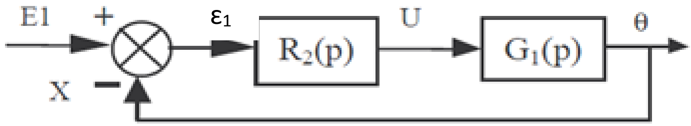
Les élements de la boucle sont :

- Une vanne rotative dont la fonction de transfert est donnée par : $G_2(p) = \frac{S(p)}{\theta(p)} = \frac{4}{(1+0.4p)}$

  S = débit de sortie, en (litre/s/rad)

  Θ = position angulaire de l'arbre d'entrée de la vanne, en (rad).
- Un débitmétre qui delivre une tension V, sa fonction de transfert : $\frac{V(p)}{S(p)} = 1$
- La vanne est entrainée en rotation par un motoréducteur (moteur à courant continu à aiments permanents + réducteur + amplificateur), asservi en position de fonction de transfert : $G_1(p) = \frac{\theta(p)}{U(p)} = \frac{1}{p(1+0.5p)}$
- Un capteur de position qui délivre une tension X , sa fonction de transfert est : $\frac{X(p)}{\theta(p)} = 1$
- Les capteurs (position et débit) permettent surtout de convertir des grandeurs physiques (position et débit) en tensions afin de permettre la comparaison avec une consigne en boucle fermée.
- Le correcteur $R_1(p) = K_1$ de la boucle externe(primaire) d'asservissement de débit.
- Le correcteur $R_2(p) = K_2$ de la boucle interne(secondaire) d'asservissement de position.

PARTIE 1 - BOUCLE INTERNE : Asservissement de position de la vanne.



1. On étudie d'abord la boucle ouverte de l'ensemble motoréducteur, dont la fonction de transfert est $G_1(p)$.

   On vous demande de déterminer :

   a) L'ordre (n) : ……………………………………………………………………
   b) La valeur des pôles :……………………………………………………………
   c) La classe du systéme (α) :…………………………………………………………

2

Le motoréducteur est-il stable en boucle ouverte ? Justifiez en considérant les pôles.

……………………………………………………………………………………………

2. Pour $R_2(p) = K_2$,

   a) Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée : $Z(p) = \frac{\theta(p)}{E1(p)}$

……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
1,5 ……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

   b) Pour quelles valeurs de K_2 , le systéme de fonction de transfert Z(p) est-il stable ?

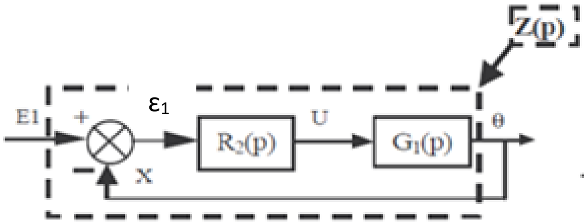
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

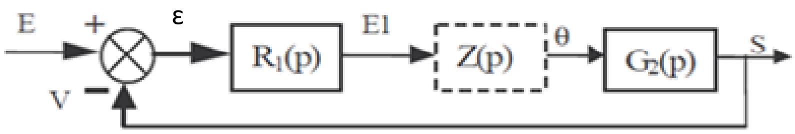
PARTIE 2 - BOUCLE EXTERNE : Asservissement de débit.

3. Pour la suite du probléme, on fixe $Z(p) = \frac{0.75}{(p+0.5)(p+1.5)}$, déduire alors la valeur de K_2

……………………………………………………………………………………………
0,5 ……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

4. Le schéma bloc global de l'installation se met alors sous la forme :





a) Pour $R_1(p) = K_1$,

déterminer la fonction la fonction de transfert en boucle ouverte noté $T(p) = \frac{S(p)}{\varepsilon(p)}$, et celle en boucle fermée, noté $H(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$

2

b) Etudier la stabilité par le critère de ROUTH, on déduire le gain critique $\mathbf{K_c}$.

2

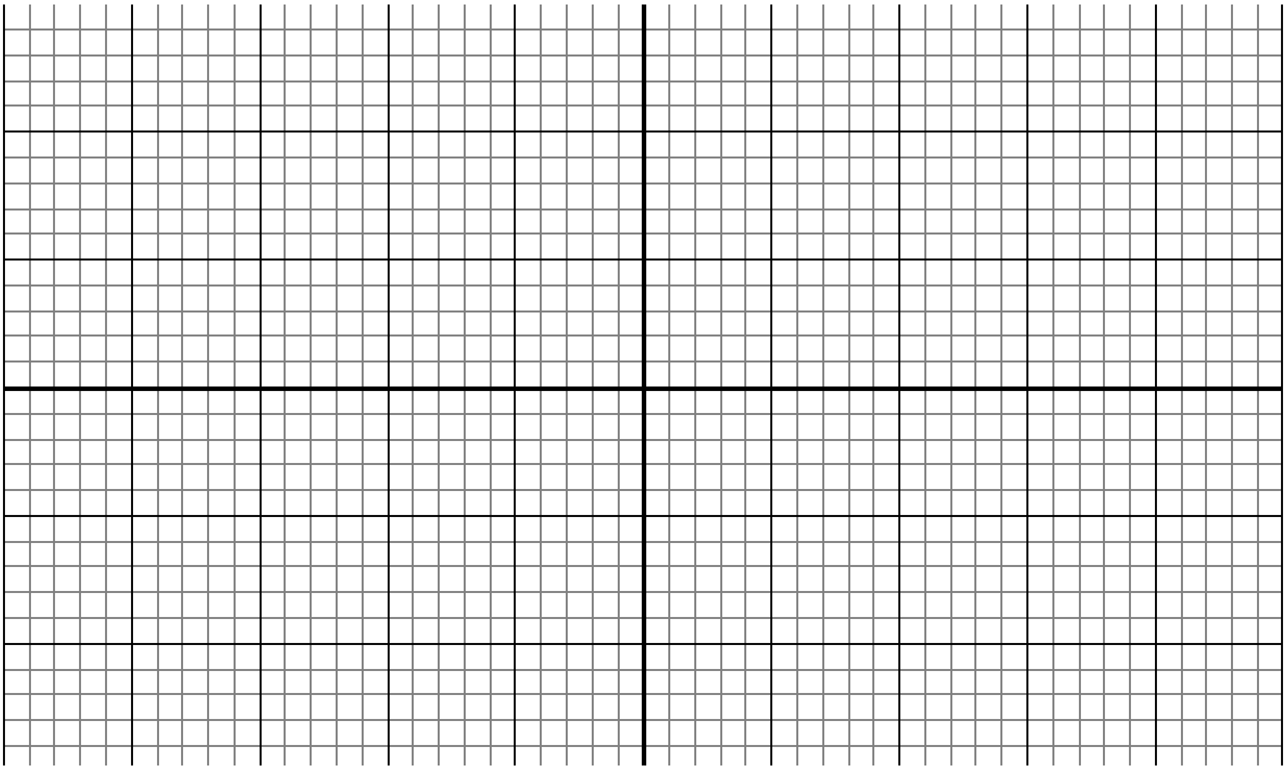
c) Pour la valeur de $\mathbf{K_1 = K_c}$, déterminer les pôles de la fonction de transfert en boucle fermée.

1,5

5

d) Représenter le lieu des pôles de la fonction de transfert du système.

On donne $\boldsymbol{T(p)} = \frac{7.5\ K1}{(p+0.5)(p+1.5)(p+2.5)}$



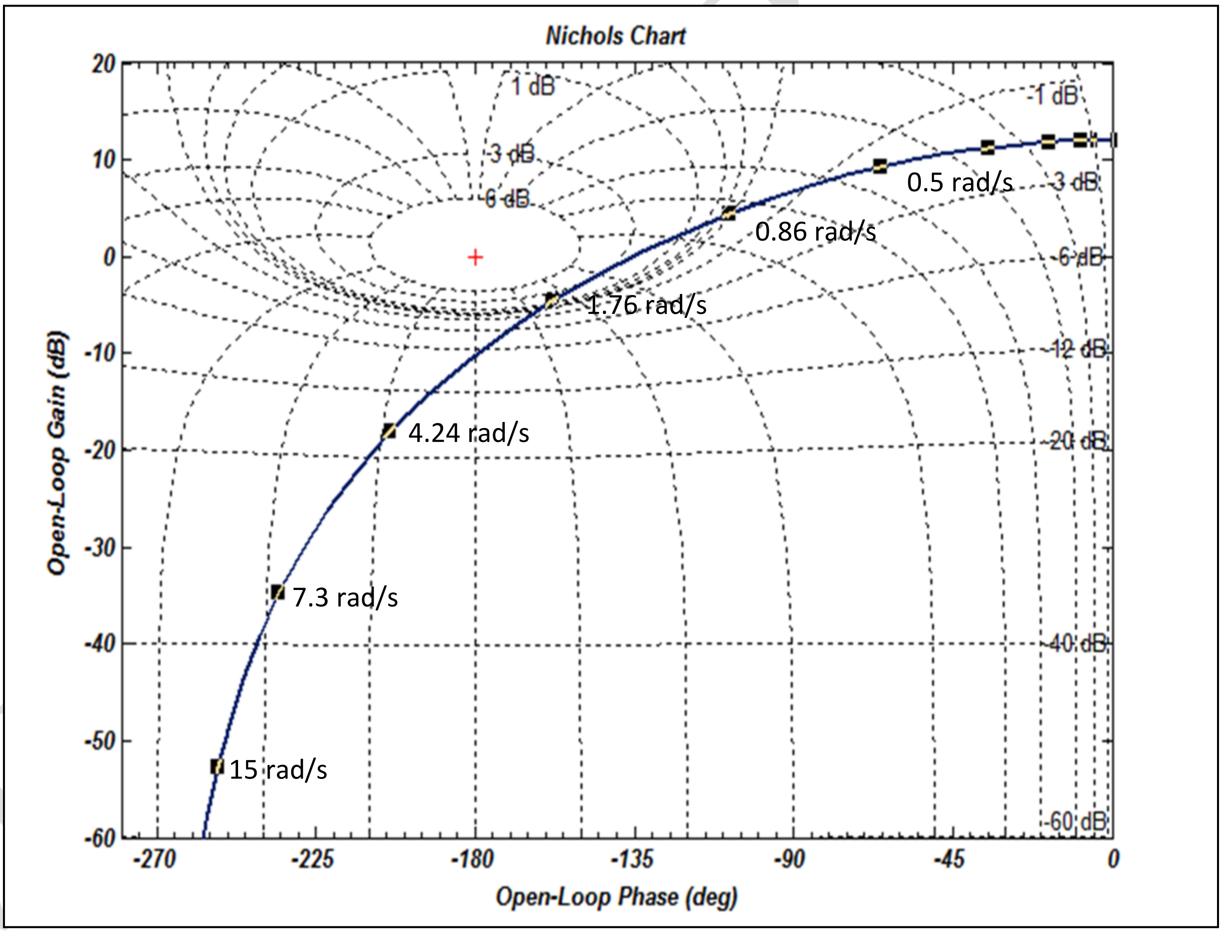
e) Exploitation de l'abaque de Back :

On donne ci-dessous le tracé sur un abaque de Black pour **K_1 = 1** de la réponse harmonique du système en boucle ouverte.

Déduire de cette courbe les grandeurs suivantes relatives à un asservissement par retour unitaire du système.

- L'ordre du systéme (**n**) :..
- La classe du systéme (α) :...
- La marge de gain **M_G**(en db) :..
- La marge de phase **M_φ**(en degrés) :...
- La pulsation de résonnance ω_r (en rad.s^{-1}) :...
- La bande passante à (**-3db**) :...
- Conclure sur la stabilité du système :...

5



f) Pour un gain **K_1 = 1** et une entrée échelon unitaire, calculer l'erreur statique de position **ε_p en %**.

0,5

....
....
....

Examen Janvier 2013

Exercice N°1 : (5 pts)

On considère un système de fonction de transfert en **boucle ouverte** :

$$G(p)=\frac{K}{(p+3)^2} \quad \text{Avec ;} \quad K>0$$

On place ce système dans une boucle à retour unitaire. Déterminer la valeur de K qui assure au système en boucle fermée une erreur de position égale à 5%.

Problème- Etude en boucle fermée : (15 pts)

Soit une chaîne d'asservissement à **retour unitaire** dont la transmittance en boucle ouverte est $T(p)$.

$$T(p)=\frac{1}{p^2+1.4p+2}$$

B.1-

1. Calculer l'erreur statique pour une entrée **échelon de position** d'amplitude 5V
2. Calculer l'erreur statique pour une entrée **échelon de vitesse** d'amplitude 5V.

On intercale dans la chaîne directe un correcteur de fonction de transfert $C(p)$. Le schéma fonctionnel du système est donné par la figure 1:

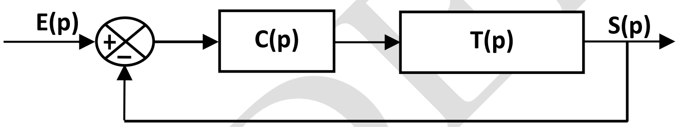


Figure 1

B2- Soit $C(p)=k$.

1. Etablir la fonction de transfert en boucle fermée du système.
2. Etudier la stabilité du système en fonction de k.
3. Exprimer l'erreur statique pour une entrée **échelon de position** de 5V en fonction de k.
4. Déduire la valeur de k permettant d'assurer une erreur de position de 1%.

B3- Soit $C(p)=\frac{k}{p}$.

1. Etablir la fonction de transfert en boucle fermée du système.
2. Etudier la stabilité du système en fonction de k.
3. Calculer l'erreur statique pour une entrée échelon de position d'amplitude 5V
4. Comparer les performances trouvées en B2 et B3 et conclure sur $C(p)=k$ et $C(p)=\frac{k}{p}$.

Examen Janvier 2014

NB : Les trois parties sont indépendantes

Soit un système d'entrée e(t), de sortie s(t) décrit par l'équation différentielle suivante:

$$\frac{d^3s(t)}{dt^3} + 3\frac{d^2s(t)}{dt^2} + 3\frac{ds(t)}{dt} + s(t) = 2e(t)$$

PARTIE 1 : Bode (10pts)

1. Montrer que la FTBO du processus peut se mettre sous la forme : $T(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{2}{(1+p)^3}$
   S(p) et E(p) étant respectivement les transformées de Laplace des signaux s(t) et e(t).

....
....
....
....
....
....
....

2. Montrer que l'expression du module de $T_{dB}(j\omega)$ peut se mettre sous la forme :
   $T_{dB}(\omega) = 6 - 30\log(1+\omega^2)$.

....
....
....
....
....
....

3. Montrer que l'expression de l'Arg(T(jω)) peut se mettre sous la forme :
   $\varphi(\omega) = -3\text{Arctg}(\omega)$.

....
....
....
....
....

4. Calculer pour ω=1rd/s ; $T_{dB}(1)$ et $\varphi(1)$.

……

……

5. Calculer la pulsation ω_1 en (rd /s) pour que $T_{dB}(\omega_1) = 0dB$.

……

……

6. Déduire alors la marge de phase $M_\varphi = 180° + \varphi(\omega_1)$.

……

……

7. Calculer la pulsation ω_{osc} en (rd/s) pour que $\varphi(\omega_{osc}) = -180°$.

……

……

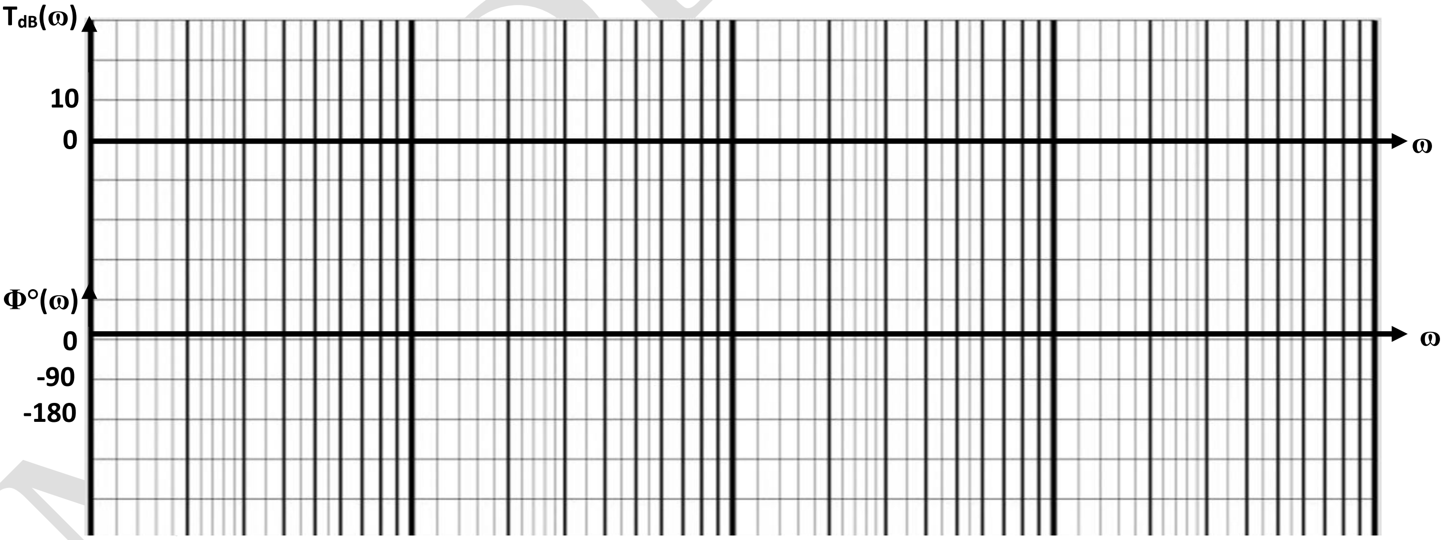
……

8. Déduire alors la marge de gain $M_G = -T_{dB}(\omega_{osc})$.

……

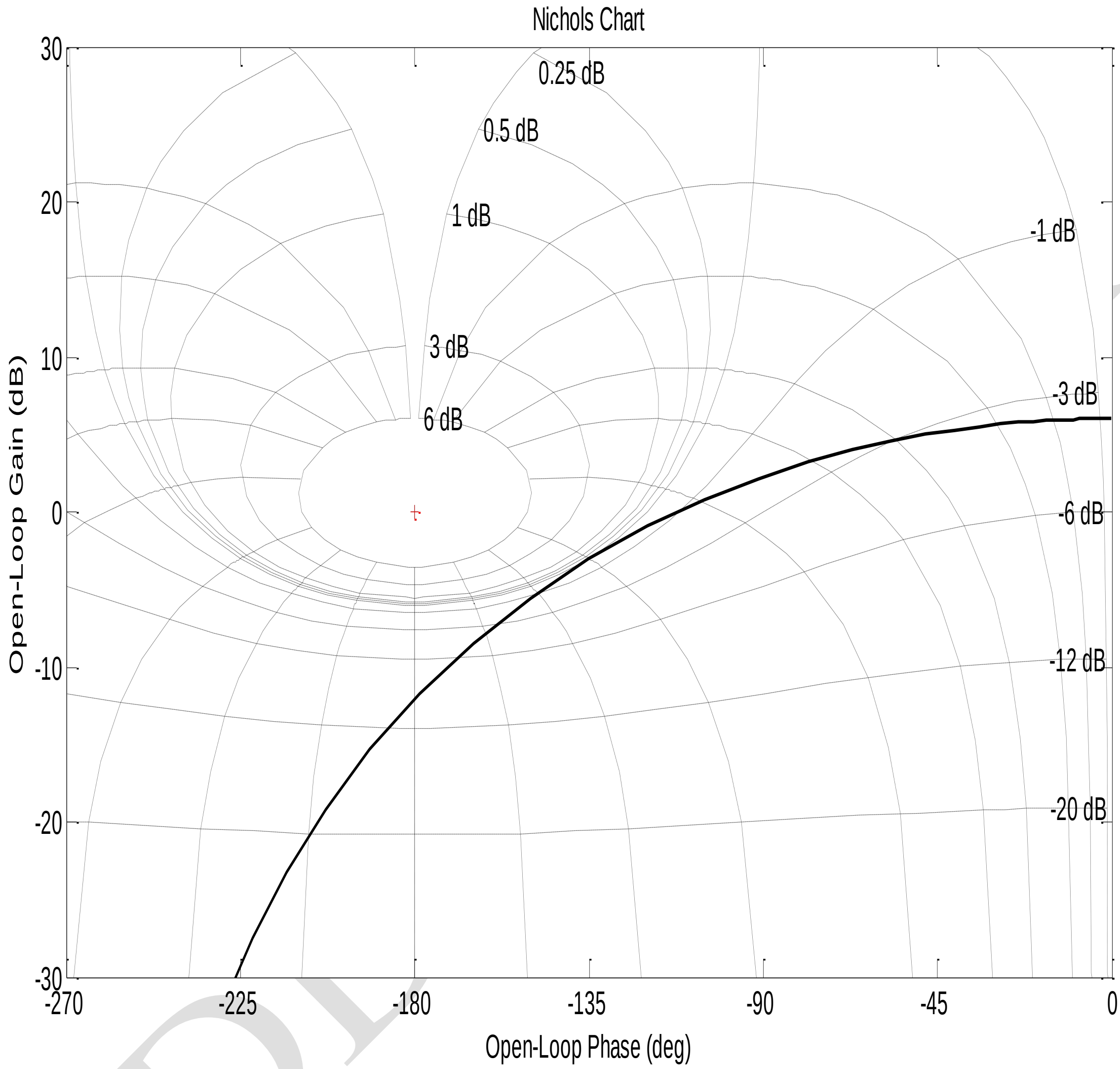
……

9. Représenter les diagrammes asymptotiques de Bode de T(p) ainsi que son allure, sa marge de gain M_G et de phase M_φ.



PARTIE 2 : Abaque de Black (6pts)

10. On donne ci-dessous le tracé sur un abaque de Black de la réponse harmonique du système en boucle ouverte.



Quels sont :

10.1. La classe α, l'ordre (n) et le gain statique (K) du processus en BO?

....
....
....

10.2. Déduire de cette courbe les grandeurs suivantes relatives à un asservissement par retour unitaire.

10.2.1. La marge de gain M_G (en dB)..
10.2.2. La marge de phase M_φ (en egrés)...
10.2.3. Le pic de résonnance M_p(en dB)..
10.2.4. L'erreur statique de position (en %)..

10.3. Connaissant ces valeurs, conclure quant aux performances du système asservi.

....
....

PARTIE 3 : Critère de Routh (4pts)

11. Afin d'asservir la sortie s(t) à une consigne x(t) par un retour unitaire du système, on insère dans le montage, entre le comparateur et le processus, un amplificateur de gain A réglable Dessiner le schéma fonctionnel du système asservi en indiquant les grandeurs utiles.

....
....
....
....
....

12. Déterminer la FTBF noté par $H(p) = \frac{\boldsymbol{S(p)}}{\boldsymbol{X(p)}}$.

....
....
....

13. Par le critère de ROUTH, étudier la stabilité du système en fonction de A.

....
....
....
....
....
....
....

14. Déduire alors le gain critique A_c.

....

DS Novembre 2014

Régulation d'altitude d'un ballon à air chaud

Dans ce problème, on se propose de réguler l'altitude d'un ballon à air chaud représenté schématiquement par la figure 1.

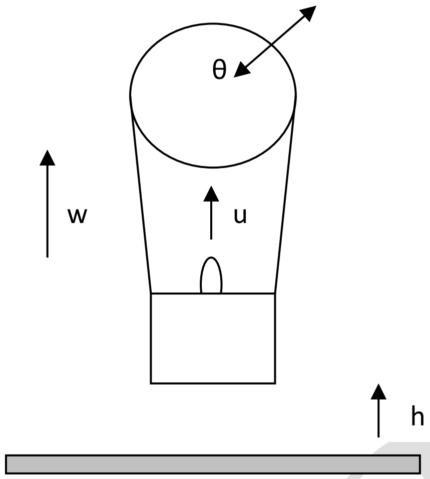


Figure 1 : Ballon à air chaud

Dans une analyse simplifiée de la dynamique d'un ballon à air chaud, les différentes grandeurs utilisées sont les suivantes :

θ : différence de température entre l'air dans le ballon et l'air extérieur (°C),
u : signal de commande de la chaleur injectée (V),
v : vitesse verticale du ballon (m/s),
w : perturbation due à la vitesse du vent vertical (m/s),
h : altitude du ballon (m).
L'objectif de l'étude est de réguler la hauteur du ballon h(t), On notera e (t) la consigne d'altitude souhaitée.

1- Analyse du système (sans perturbation):

Les équations relatives au mouvement vertical du ballon sont :

$$\frac{d\,\theta(t)}{dt} = -a_0\theta(t) + b_0\,u(t) \quad , \frac{dv(t)}{dt} = -a_1 v(t) + b_1\,\theta(t) \quad et \quad \frac{dh(t)}{dt} = v(t)$$

Les différents coefficients relatifs à ces équations ont les valeurs numériques suivantes :

$a_0 = 5$; $b_0 = 1$; $a_1 = 1$; $b_1 = 5$

1.1-À partir des équations différentielles relatives au mouvement vertical du ballon, compléter le schéma bloc (figure 2) permettant de représenter le système ayant u(t) comme entrée et h(t) comme sortie.

……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

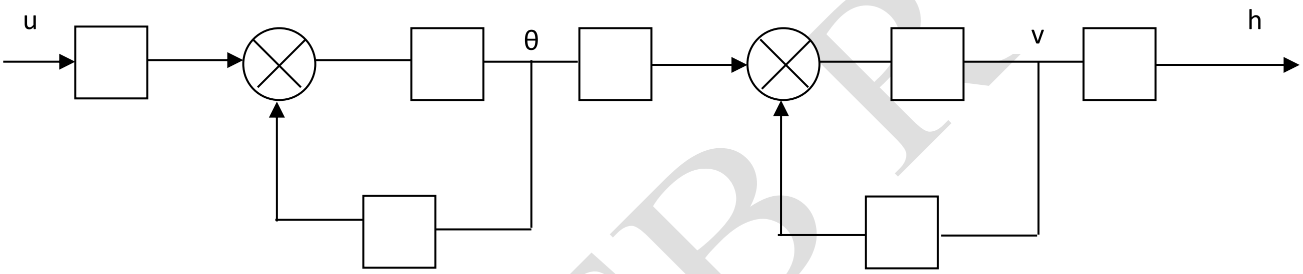


Figure 2

1.2. En notant H(p) et U(p) les transformées de Laplace respectives de h(t) et u(t).
Déterminer la fonction de transfert G(p) = H(p)/U(p) du système étudié.

……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

2- Commande du système :

On admet par la suite que $G(p)=\dfrac{H(p)}{U(p)}=\dfrac{b_0b_1}{p(p+a_0)(p+a_1)}=\dfrac{5}{p(p+5)(p+1)}$

Sachant que e(t) représente la consigne d'altitude, on boucle le système en appliquant la commande u(t) telle que u(t)=[e(t)-h(t)]r(t), avec r(t) est un correcteur .

2.1. Déterminer le schéma fonctionnel du système bouclé.

………
………
………
………
………
………
………

2.2. Calculer la fonction de transfert en boucle fermée du système, noté par T(p).

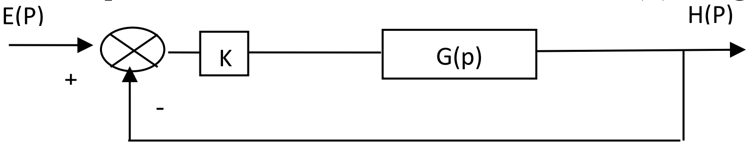
………
………
………
………
………
………

2.3. On prend R(P) = K, en appliquant le critère de Routh, étudier la stabilité du système.

………
………
………
………
………
………
………
………

3- Etude harmonique :

On considère le système représenté par le schéma fonctionnel suivant avec G(P) désigne la fonction de transfert en boucle ouverte:



3.1. On pose K =1, Donner l'expression de G(jw) et arg[G(jw)].

……

……

……

……

……

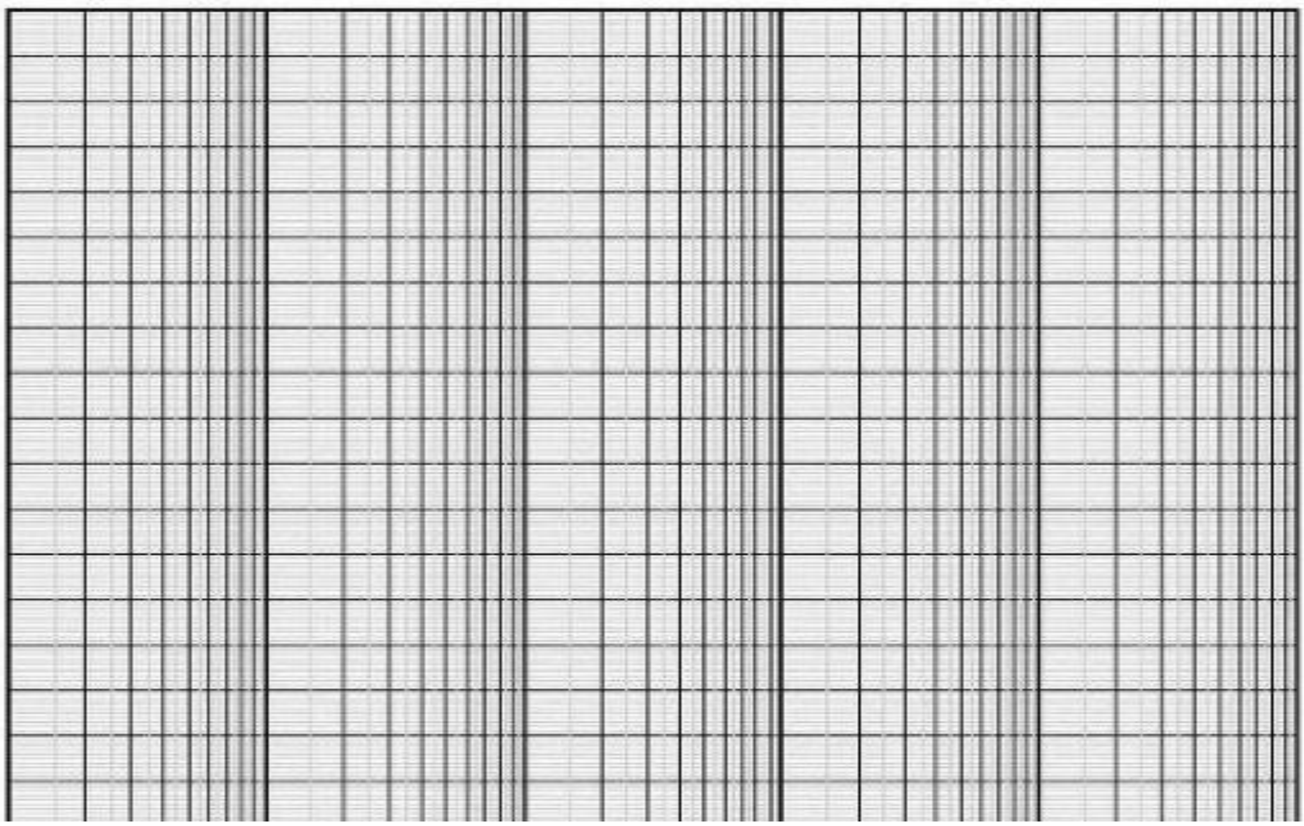
……

3.2. Compléter le tableau suivant:

w(rd /s)	0	0.01	0.05	0.1	0.75	0.84	1	2.21	2.46	10	50.48	107.46
GdB			25.92		0.47	-0.86		-15.34	-17.23		-88.25	-107.90
arg[G(jw)]°			-93.46		-135.39	-139.36		-179.44	-184.05		-263.21	-266.80

3.3. Tracer le lieu de transfert en boucle ouverte dans le plan de BODE

3.4. Déduire la marge de gain $\mathbf{M_G}$ et la marge de phase $\mathbf{M_\varphi}$.



Examen Janvier 2015

Problème : Régulation de température d'une enceinte

On désire réguler la température θ d'une enceinte à chauffage indirecte (voir figure N°1).

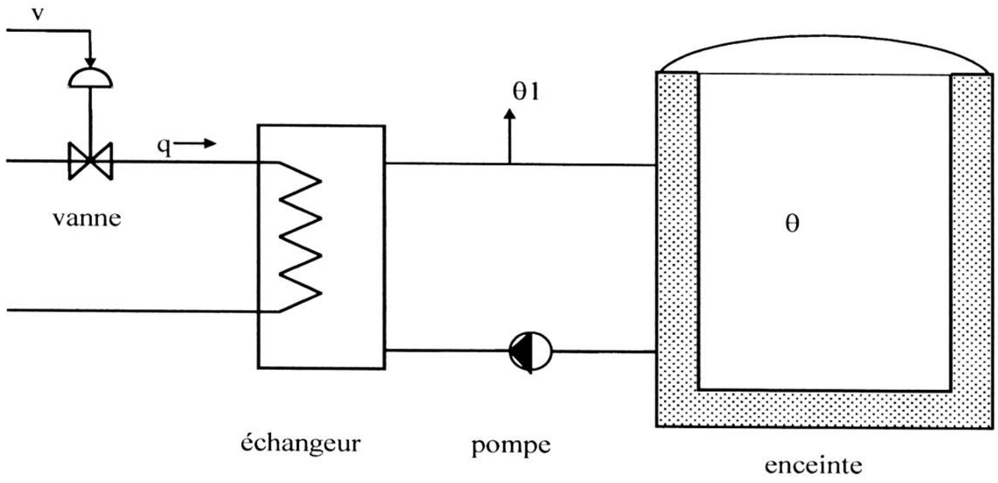


Figure N°1

v (t) tension de commande de la vanne

q (t) débit dans l'échangeur

θ_1 température en sortie de l'échangeur

Une vanne rotative dont la fonction de transfert est: $\frac{Q(p)}{V(p)} = \frac{1}{1+0.4p}$

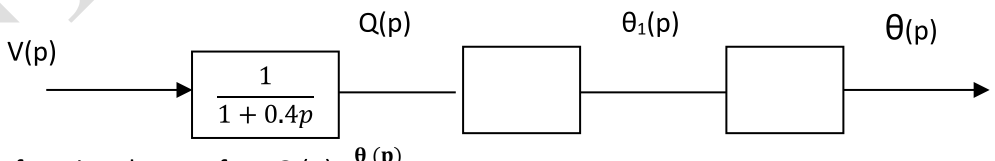
On donne les relations suivantes : $\theta_1(t) + \tau_1 \frac{d\theta_1(t)}{dt} = k_1\, q(t)$ et $\theta\ (t) + \tau_2 \frac{d\theta\ (t)}{dt} = k_2\, \theta_1(t)$

On suppose que toutes les conditions initiales sont nulles.

Pour les applications numériques, on prendra : τ_1,=25s , τ_2=100s , k_1=10 , k_2=1

Partie 1

1.1- Compléter le schéma bloc pour le système, entrée V(p) et sortie θ(p).



1.2- Déterminer la fonction de transfert G (p)= $\frac{\theta\ (p)}{V(p)}$

....

Partie 2

On admettra par la suite que : $G(p) = \dfrac{10}{(1+0.4p)\,(1+25p)(1+100p)}$

2.1- Etude d'une régulation proportionnelle : v (t) = k.(θ_{ref} (t) - θ (t)).

θ_{ref} (t) est la température de consigne.

2.1.1- Représenter le schéma bloc du système bouclé.

2.1.2- Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte T(p).

……

2.1.3- Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée H(p).

……

……

……

2.1.4- Par le critère **Routh**, déterminer les valeurs de **k** pour lesquelles le système en boucle fermé est stable.

……

……

……

……

……

……

2.1.5- Calculer en fonction de **k** l'erreur statique de position $\boldsymbol{\varepsilon_p}$ et l'erreur statique de traînage $\boldsymbol{\varepsilon_v}$.

……

……

……

……

……

……

2.1.6- Calculer **k** pour avoir une erreur statique de position de **10%.**

……

……

2.1.7- Déterminer la valeur de **k** qui assure un dépassement inférieur ou égal à **6%.**

………

………

2.1.8- Pour cette valeur de **k**, calculer le temps de pic $\mathbf{T_{pic}}$ en (s).

………

2.2- **Etude d'une régulation proportionnelle et dérivée : $v(p) = k.(1+0.1p).(\theta_{ref}(p) - \theta(p))$.**

2.2.1- Calculer la nouvelle fonction de transfert en boucle fermée.

………

………

2.2.2- Calculer en fonction de **k** l'erreur statique de position.

………

2.2.3- Calculer **k** pour avoir une erreur statique de vitesse de **10%.**

………

2.2.4- Déterminer la valeur de **k** qui assure un dépassement inférieur ou égal à **6%.**

………

2.2.5- Cette valeur de **k** assure-t-il la stabilité du système.

………

………

………

………

………

2.2.6- Déduire alors le temps de pic $\mathbf{T_{pic}}$ en (s)**.**

………

2.2.7- Conclure sur l'avantage par rapport au régulateur proportionnel.

………

2.3- **Etude d'une régulation proportionnelle et integrale : $v(p) = k.(1+\frac{2.5}{p}).(\theta_{ref}(p) - \theta(p))$.**

2.3.1- Calculer la nouvelle fonction de transfert en boucle fermée.

………

………

2.3.2- Calculer en fonction de **k** l'erreur statique de position.

………

2.3.3- Calculer **k** pour avoir une erreur statique de vitesse de **10%.**

………

2.3.4- Déterminer la valeur de **k** qui assure un dépassement inférieur ou égal à **6%.**

………

2.3.5- Cette valeur de **k** assure-t-il la stabilité du système.

……

……

……

……

……

2.3.6- Déduire alors le temps de pic $\mathbf{T_{pic}}$ en (s).

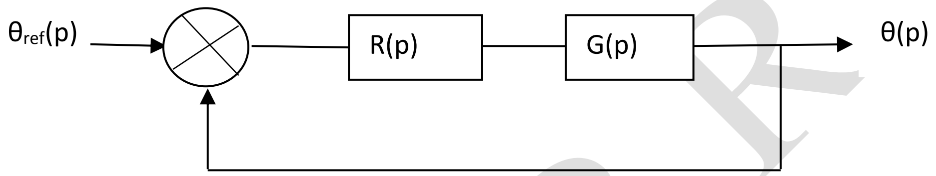
……

2.3.7- Conclure sur l'avantage par rapport au régulateur proportionnel

……

Partie 3

Le système est asservi à l'aide d'un régulateur **R(p)** dans une boucle fermée à rétroaction négative unitaire.



R(p) = 1

3.1- Quels sont :

3.1.1- Le gain statique **k** du processus ?……………………………………………………………

3.1.2- Son ordre **n** ?…………………………………………………………………………

3.1.3- Sa classe **α** ?…………………………………………………………………………

3.2- Ecrire la transmittance complexe **T(jω)** et en déduire :

……

……

3.2.1- L'équation du module de **T(jω)** (exprimé en dB), en fonction de **ω**,

……

……

3.2.2- L'équation de l'argument de **T(jω),** (noté **φ** et exprimé en degrés), en fonction de **ω**.

……

……

On donne ci-joint le tracé sur un abaque de Black de la réponse harmonique du système en boucle ouverte.

3.3- Déduire de cette courbe les grandeurs suivantes relatives à un asservissement par retour unitaire du système.

3.3.1- La marge de gain M_G (en dB)…………………………………………………………..

3.3.2- La marge de phase $M\varphi$ (en degrés)…………………………………………………………

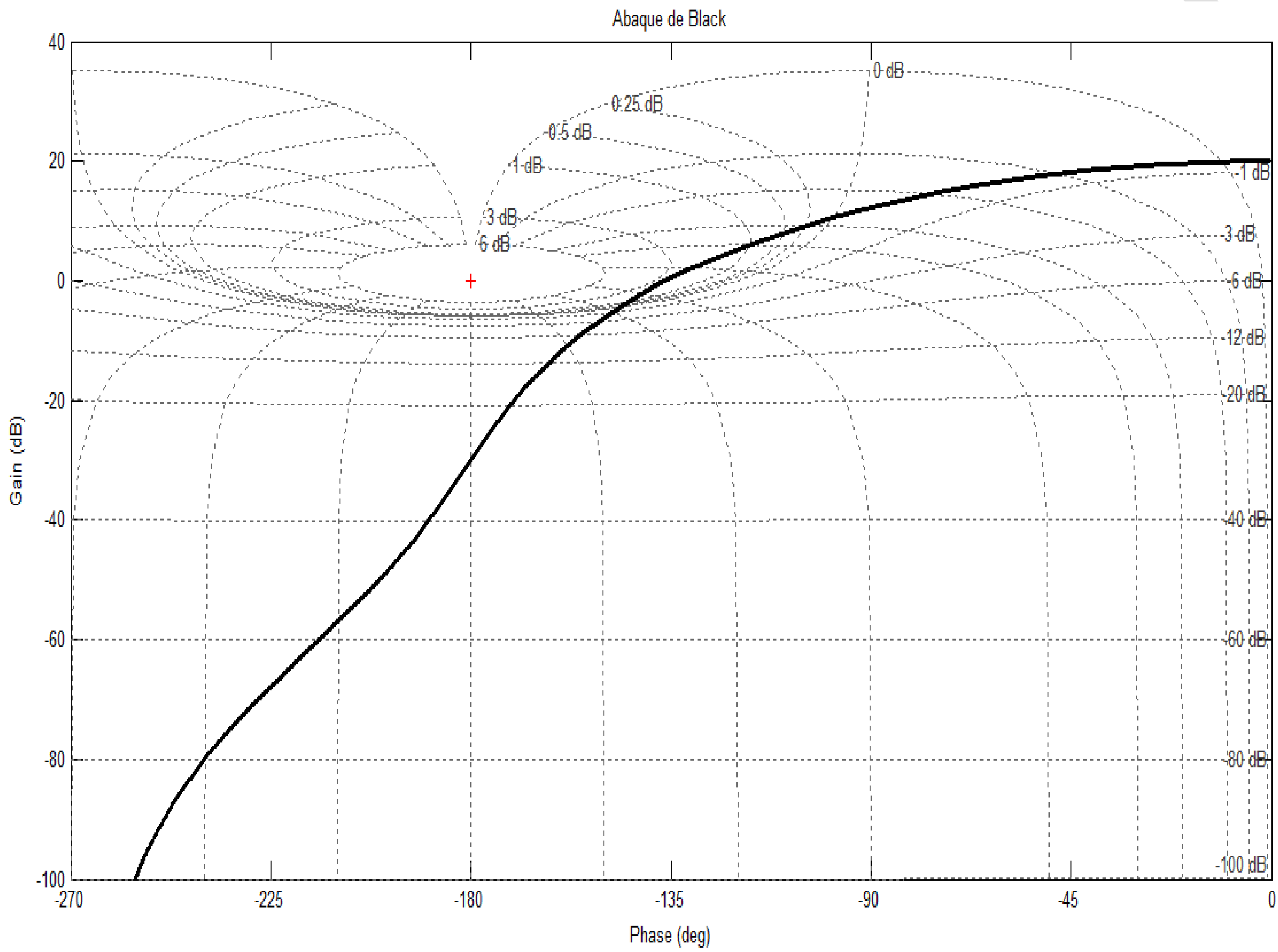
3.3.3- Le pic de résonnance M_P (en dB)…………………………………………………………

3.3.4- La pulsation de résonnance ω_R……………………………………………………………

3.3.5- L'erreur statique de position ε_P (en %)……………………………………………………

3.3.6- Connaissant ces valeurs, conclure quant aux performances du système asservi.

………

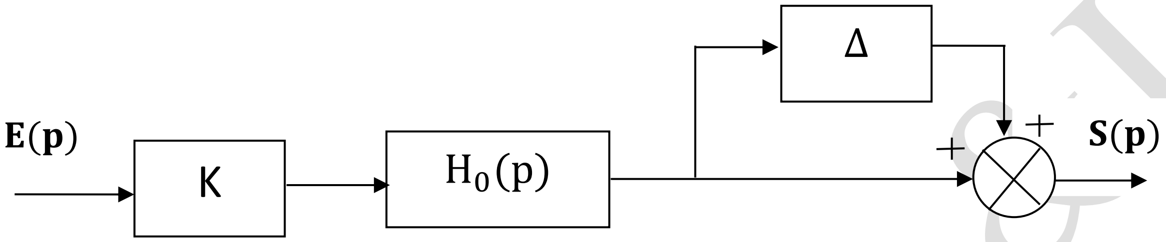


DS Novembre 2015

Exercice (1) : Analyse d'un système incertain (6 points)

Les systèmes industriels sont généralement des systèmes incertains. Cette incertitude due généralement aux erreurs de modélisation et de mesure. Dans cet exercice, on traite l'analyse de stabilité de cette catégorie des systèmes.

On représente un système avec une incertitude additive en sortie de la manière suivante :



Avec $H_0(p) = \frac{0.12}{p(10p+1)(2p+1)}$ et Δ est l'incertitude tel que $\Delta \in [-0.25\,, 0.25]$

1- Pour $\Delta = 0$

a- Déterminer la fonction de transfert : $H_{BO}(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$.

……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

b- Donner le schéma bloc du système en boucle fermée pour un asservissement à retour unitaire.

c- Déterminer avec le critère de Routh les conditions sur K pour que le système soit stable en boucle fermée pour un asservissement à retour unitaire.

……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

1. **Pour $\Delta \neq 0$**

a- Déterminer la fonction de transfert : $H_{BO}(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$

……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

b- Donner le schéma bloc du système en boucle fermée pour un asservissement à retour unitaire.

c- Montrer en utilisant le critère de Routh pour que le système soit stable en boucle fermée à retour unitaire. que $\mathbf{K} \in]\mathbf{0}\ ,\ \mathbf{4}[$,

……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

Exercice (2) : Modélisation et commande d'un moteur à courant continu (12 points)

La machine à courant continu peut être modélisée par l'ensemble des équations électriques, électromécaniques et mécaniques. Ces équations sont définies comme suit :

$U = R.i(t) + L.\frac{di(t)}{dt} + E$ (1)	$C_m - C_r = J.\frac{d\Omega(t)}{dt} + f.\Omega(t)$ (2)
$E = K_e.\Omega(t)$ (3)	$C_m = K_c.i(t)$ (4)

Avec :

U : tension aux bornes de l'induit, i(t) : courant dans l'induit R et L : résistance et inductance de l'induit, E : f.e.m , Cm : couple moteur et Cr : couple résistant. f : coefficient de frottement	J : moment d'inertie ramené sur l'arbre du moteur, Ke et Kc : sont respectivement les constantes du f.e.m (V/rad/s) et du couple (N.m/A), $\Omega(t)$: vitesse de rotation de l'arbre moteur en rad/s

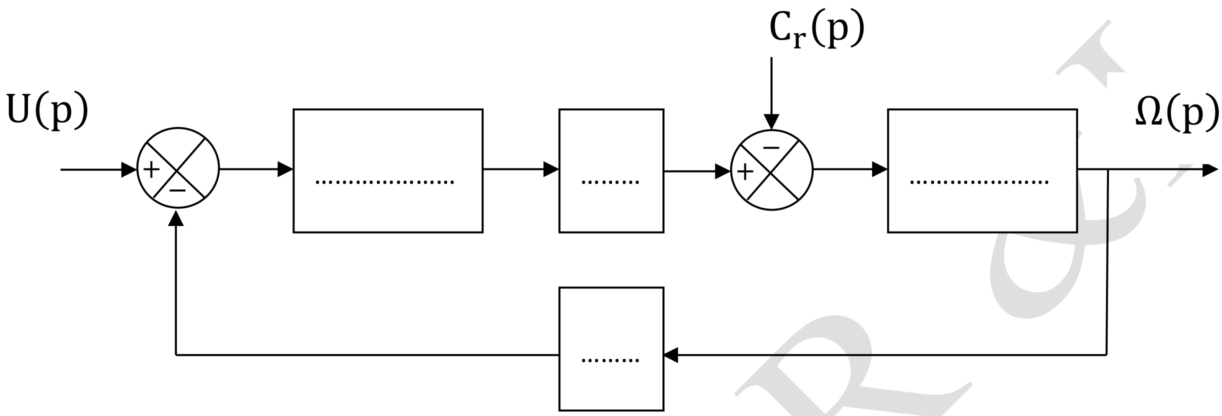
1- En passant par la transformée de Laplace des équations (1), (2), (3) et (4), compléter le schéma bloc de la machine à courant continu suivant :

……

……

……

……



On limite notre étude au fonctionnement à vide du moteur tel que $C_r(p) = 0$

2- Déterminer la fonction de transfert $H_0(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)}$ pour $C_r(p) = 0$.

……

……

……

……

On donne: R=0.62 Ohm, L=0,012 H, J=0.4 Kg.m^2 , f=0.125 Nm/rad/s, Ke=Kc=1.25 Vrad/s,

3- Déterminer les pôles de ce système.

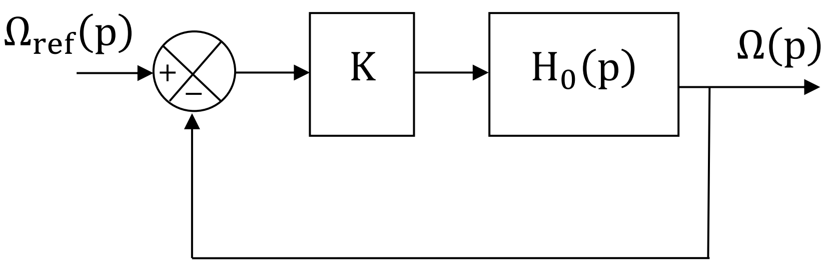
…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

L'asservissement de vitesse à retour unitaire du moteur est donné par la figure suivante :



Avec : $H_0(p) = \frac{260.4}{p^2+52p+341.7}$ et K > 0

4- Déterminer la fonction de transfert $H_{BF}(p) = \frac{\Omega(p)}{\Omega_{ref}(p)}$

……..

5- En utilisant le critère de Routh, déterminer les valeurs limite de K pour que ce système soit stable en boucle fermée.

………
………
………
………
………

6- Vérifier les résultats obtenus en calculant les pôles du système en boucle fermée.

………
……….
………

DS Novembre 2016

Asservissement de la position d'un laser chirurgical

Les lasers ont été utilisés en chirurgie de l'œil depuis plus de 25 ans. Ils peuvent couper les tissus ou aider à la coagulation. Les lasers permettent à l'ophtalmologiste d'appliquer des soins à une zone précise de l'œil d'une façon précise et contrôlée.
Le contrôle automatique de la position (Figure 1) permet à l'ophtalmologiste d'indiquer au système où l'opération doit être effectuée. Le contrôleur va alors employer une caméra en utilisant la rétine du patient comme mire pour déterminer la bonne position du dispositif.

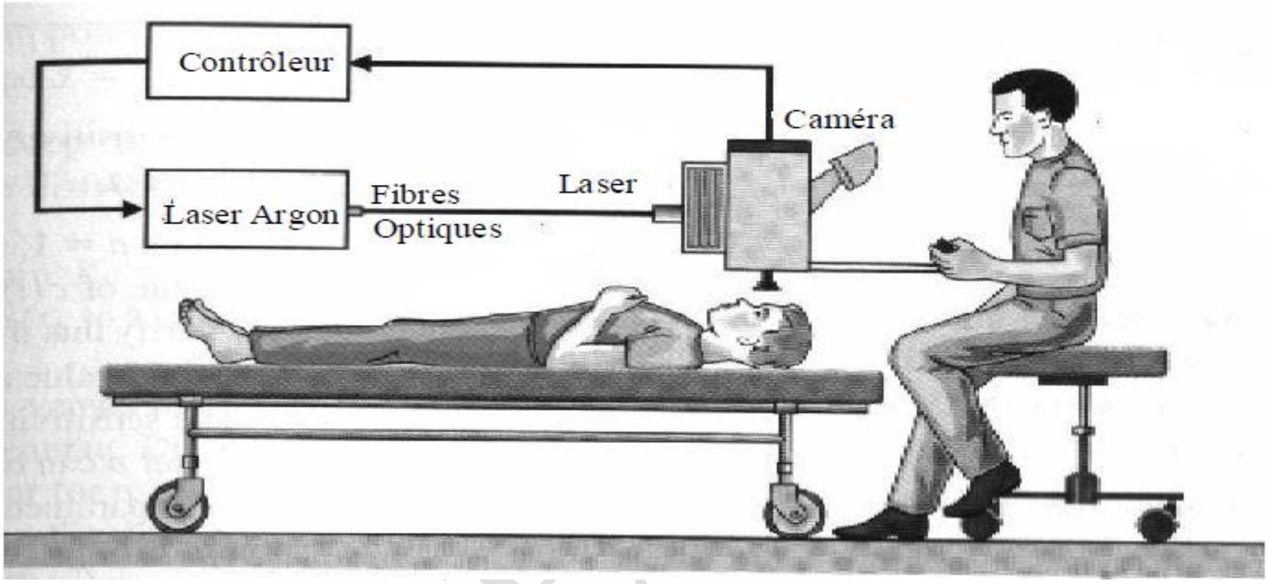


Figure 1 : Dispositif de l'asservissement de position du laser

La Figure 2 représente le modèle de comportement de cet asservissement de position :

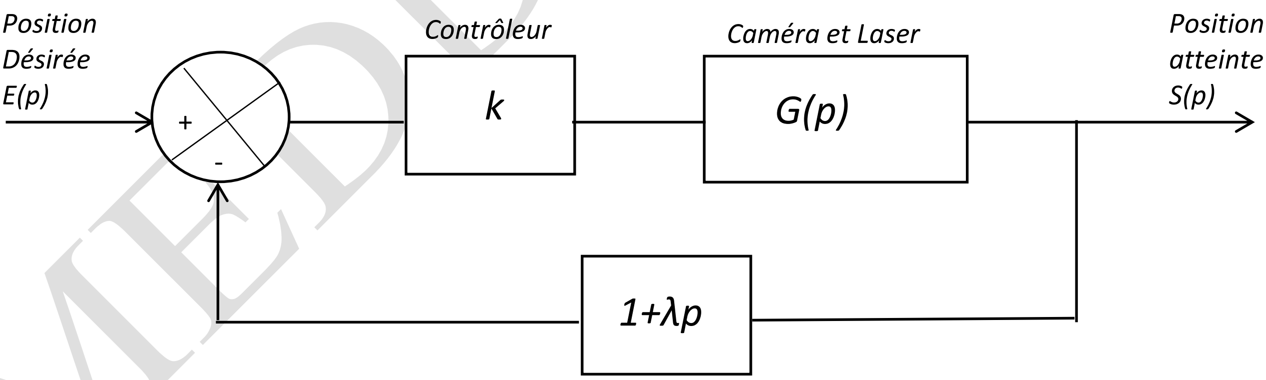


Figure 2 : Schéma bloc de l'asservissement de position du laser

Sur la figure 2, E(p) représente la variation de consigne de position, S(p) la variation de position, G(p) la fonction de transfert du processus constitué par la caméra et le laser, k le gain du contrôleur.

La fonction de transfert du processus s'écrit : $\boldsymbol{G(p)=\frac{1}{p(p+1)(p+2)}}$

PARTIE 1: Stabilité par Critère de Routh (10pts)

Question 1 : Déterminer l'importance de chacun des critères de performance (précision, stabilité et rapidité) d'un système asservi par rapport au problème actuel.

………
………
………

Question 2 : Calculer la fonction de transfert en boucle fermée H(p) = $\frac{S(p)}{E(p)}$

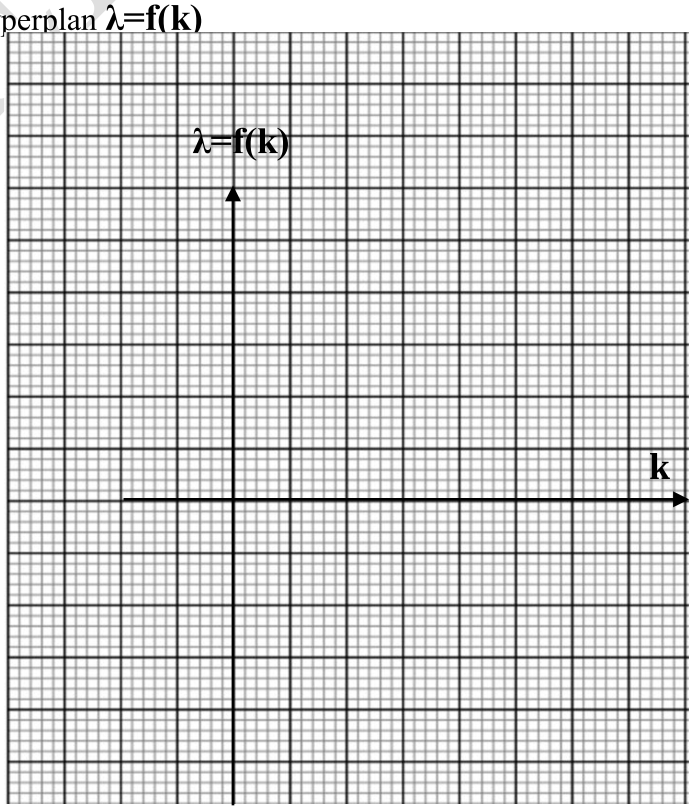
………
………
………
………
………
………
………

Question 3 : Etudier la stabilité en utilisant le **critère de Routh.**

………
………
………
………
………
………
………
………
………

Question 4 : Déduire le domaine de stabilité dans l'hyperplan **λ=f(k)**

…………………………………………………………
…………………………………………………………
…………………………………………………………
…………………………………………………………
…………………………………………………………
…………………………………………………………
…………………………………………………………
…………………………………………………………
…………………………………………………………
…………………………………………………………
…………………………………………………………
…………………………………………………………
…………………………………………………………
…………………………………………………………
…………………………………………………………
…………………………………………………………
…………………………………………………………
…………………………………………………………



Question 5 : Pour $\lambda=0$, Etudier la stabilité en utilisant le **critère de Routh,** déduire le gain critique k_c .

………
………
………
………
………
………
………
………
………

PARTIE 2 : Stabilité par critère de revers (10pts) :

Question 6 : Chercher la fonction de transfert en boucle ouverte, notée par T(p).

………
………
………

Question 7 : On prendra **k = 6 et $\lambda=0$** ;

Donner les expressions du module $T_{dB}(\omega)$ et de l'Argument $\varphi(\omega)$ de **T(jω)** :

………
………
………
………
………
………
………
………
………
………
………
………
………

Question 8 : Calculer la pulsation ω_{osc} en (rd/s) pour que $\varphi(\omega_{osc}) = -\pi$

NB : $\boldsymbol{tang(A+B) = \frac{tang(A)+tang(B)}{1-tang(A).tang(B)}}$

………
………
………
………
………
………

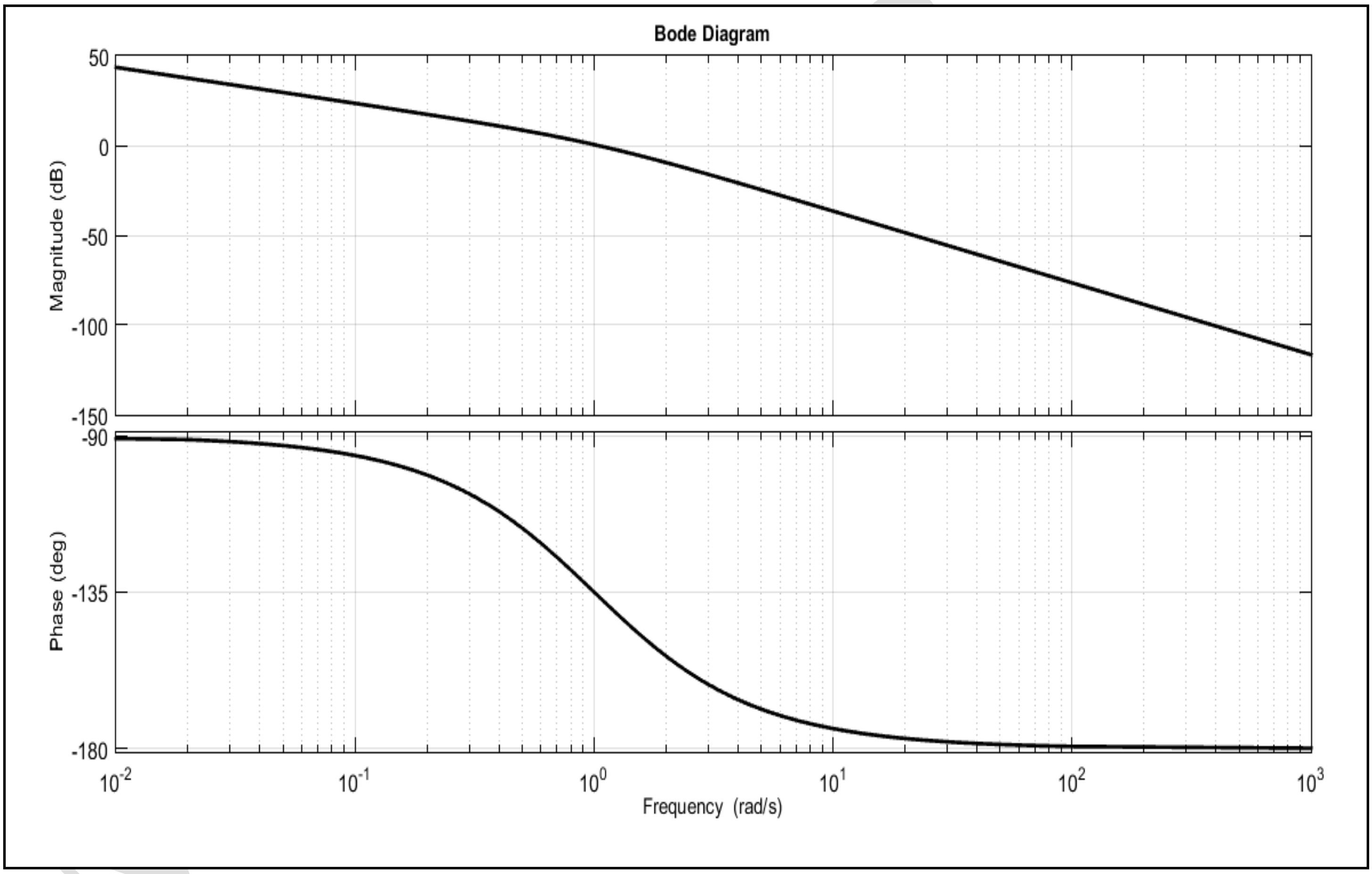
Question 9 : Déduire alors la marge de gain $\mathbf{M_G} = -\, T_{dB}(\omega_{osc})$ en (dB)

....
....
....
....
....
....
....
....

Question 10 : Conclure sur la stabilité du système.

………

Question 11 : On donne ci-dessous le tracé de Bode de la réponse harmonique du système en boucle ouverte pour k = 3 et λ = 0.5



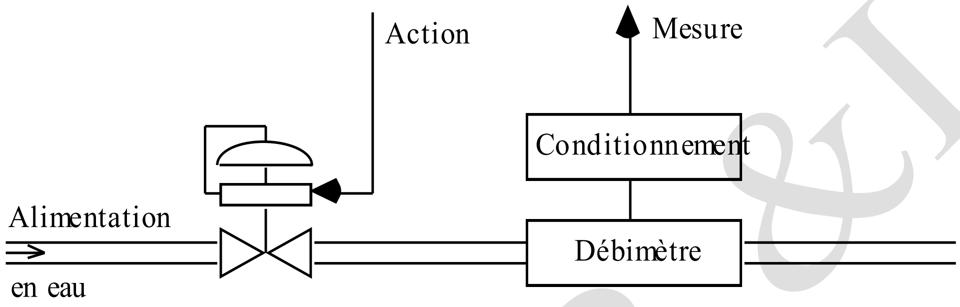
Tracer puis déduire de ces courbes les grandeurs suivantes :
La marge de gain M_G (en dB)………………………………………………………………………………
La marge de phase M_φ (en degrés)…………………………………………………………………………
Connaissant ces valeurs, conclure sur la stabilité du système. ……………………………………………………

Examen Décembre 2016

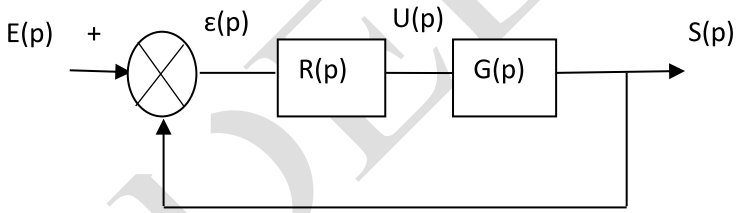
ASSERVISSEMENT DE DEBIT

I. Présentation du système :

Soit le procédé suivant, destiné à la régulation du débit à travers une canalisation. Il utilise comme actionneur une vanne dont la position du clapet est asservie au courant de commande par un servomoteur électropneumatique intégré à la vanne. Le capteur est constitué d'un débitmètre volumique fournissant un signal analogique proportionnel au débit.



Le modèle du système est le suivant : $\frac{S(p)}{U(p)} = G(p) = \frac{1}{(1+\tau p)^2}$. Ce système est asservi à l'aide d'un régulateur $R(p) = \frac{k}{1+\tau p}$; **(k , τ) > 0** dans une boucle fermée à rétroaction négative unitaire.



II. Etude temporelle :

1 pt

Question 1 : Calculer la fonction de transfert en boucle fermée H(p) = $\frac{S(p)}{E(p)}$

……

……

……

Question 2 : Etudier en fonction de **k**, la stabilité en utilisant le **Critère de Routh.**

2 pts

……

……

……

……

……

Question 3 : Calculer en fonction de **k** l'erreur permanente $\boldsymbol{\varepsilon_p(\infty)}$ en **%** pour une entrée de type échelon unitaire :

……

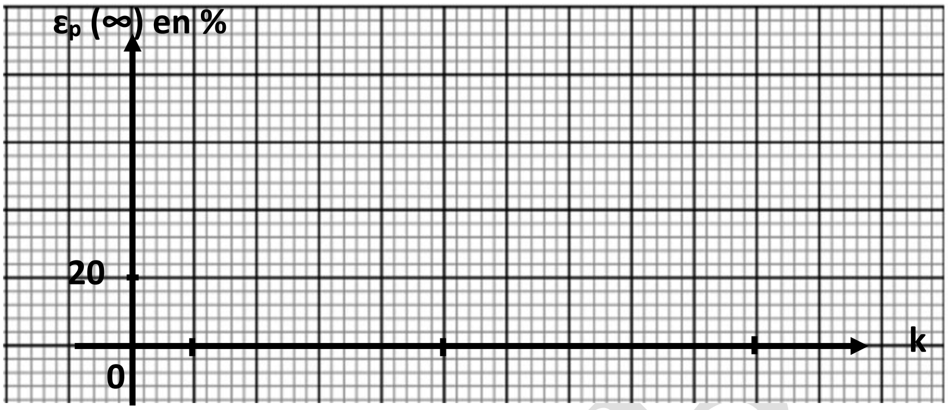
…… 2 pts

……

……

Question 4 : Remplir le tableau de valeur et représenter $\boldsymbol{\varepsilon_p(\infty)}$ en **%** fonction de **k** :

2 pts



k	$\boldsymbol{\varepsilon_p(\infty)}$ en **%**
0.25	
0.5	
0.71	
0.88	
1	

Question 5 : A l'aide du C**ritère de Naslin**, calculer en fonction de **k** les rapports caractéristiques $\boldsymbol{\alpha_i}$:

……

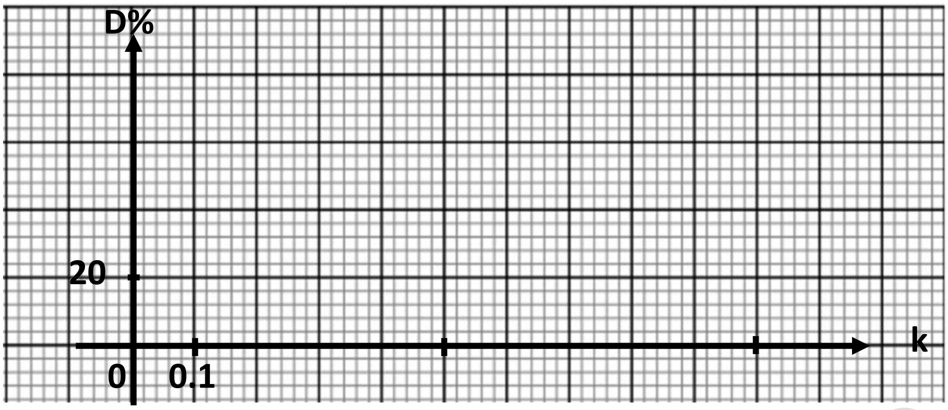
…… 2 pts

……

Question 6 : En se référant à la question (5), remplir le tableau ci-dessous puis représenter **D%** fonction de **k** :

$\boldsymbol{\alpha_0}$	**1.5**	**1.6**	**1.75**	**2**	**2.4**
D%					
k					

On donne : **Log(D%)=4.8-2α_0**

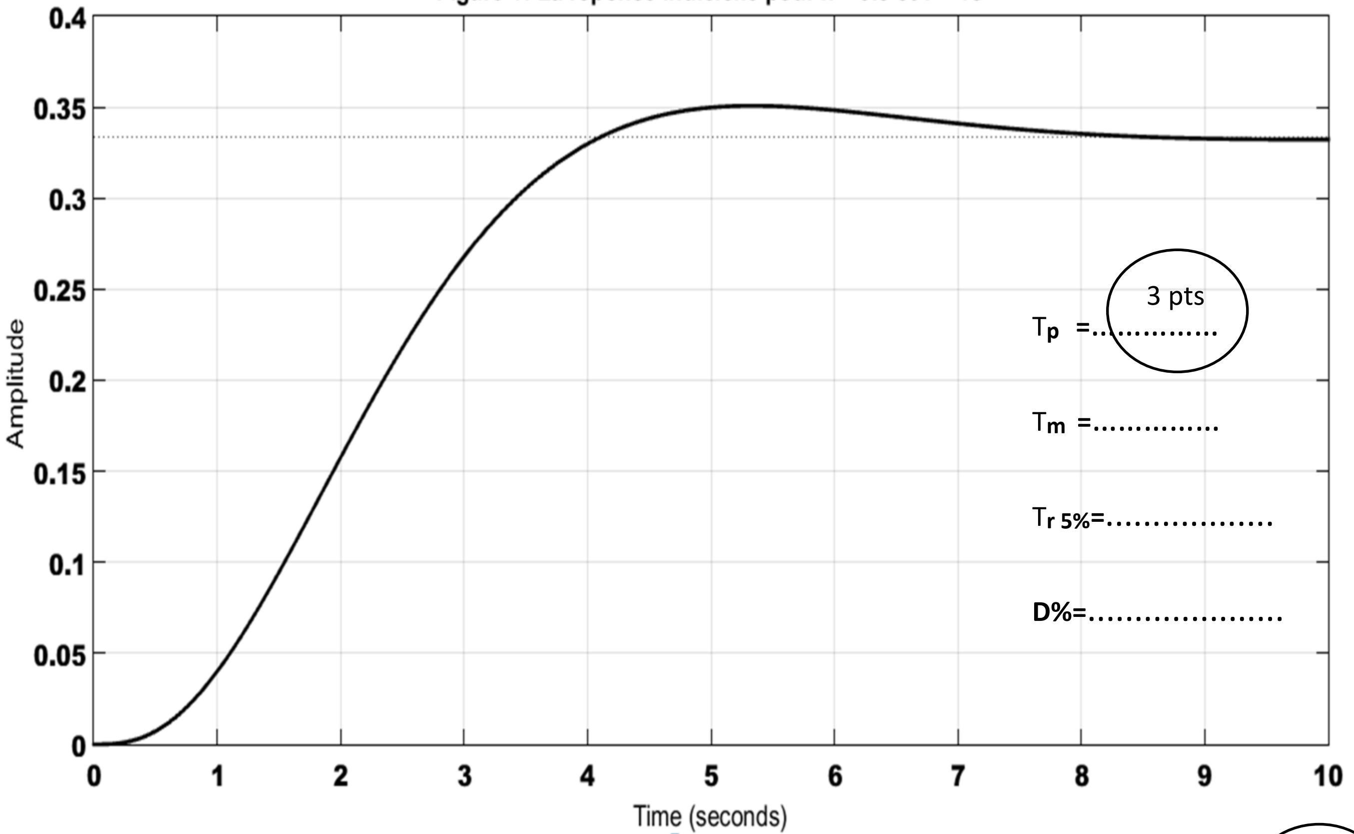


2 pts

Question 7: On vous donne ci-dessous (figure 1) la réponse indicielle pour k = 0.5 et τ = 1s,

Déterminer graphiquement : T_p ,T_m ,$T_{r\,5\%}$,D% ,gain statique en BF k_F et l'erreur statique de position ε_p.

Figure 1: La réponse indicielle pour k = 0.5 et τ = 1s



3 pts

T_p =..............

T_m =..............

$T_{r\,5\%}$=.................

D%=....................

Question 8: On prendra $T(p)=\dfrac{0.5}{(1+p)^3}$ comme fonction de transfert en boucle ouverte,

1.5pts

Donner les expressions du module $T_{dB}(\omega)$ et de l'Argument $\varphi(\omega)$ de **T(jω)** :

....

....

....

Question 9:

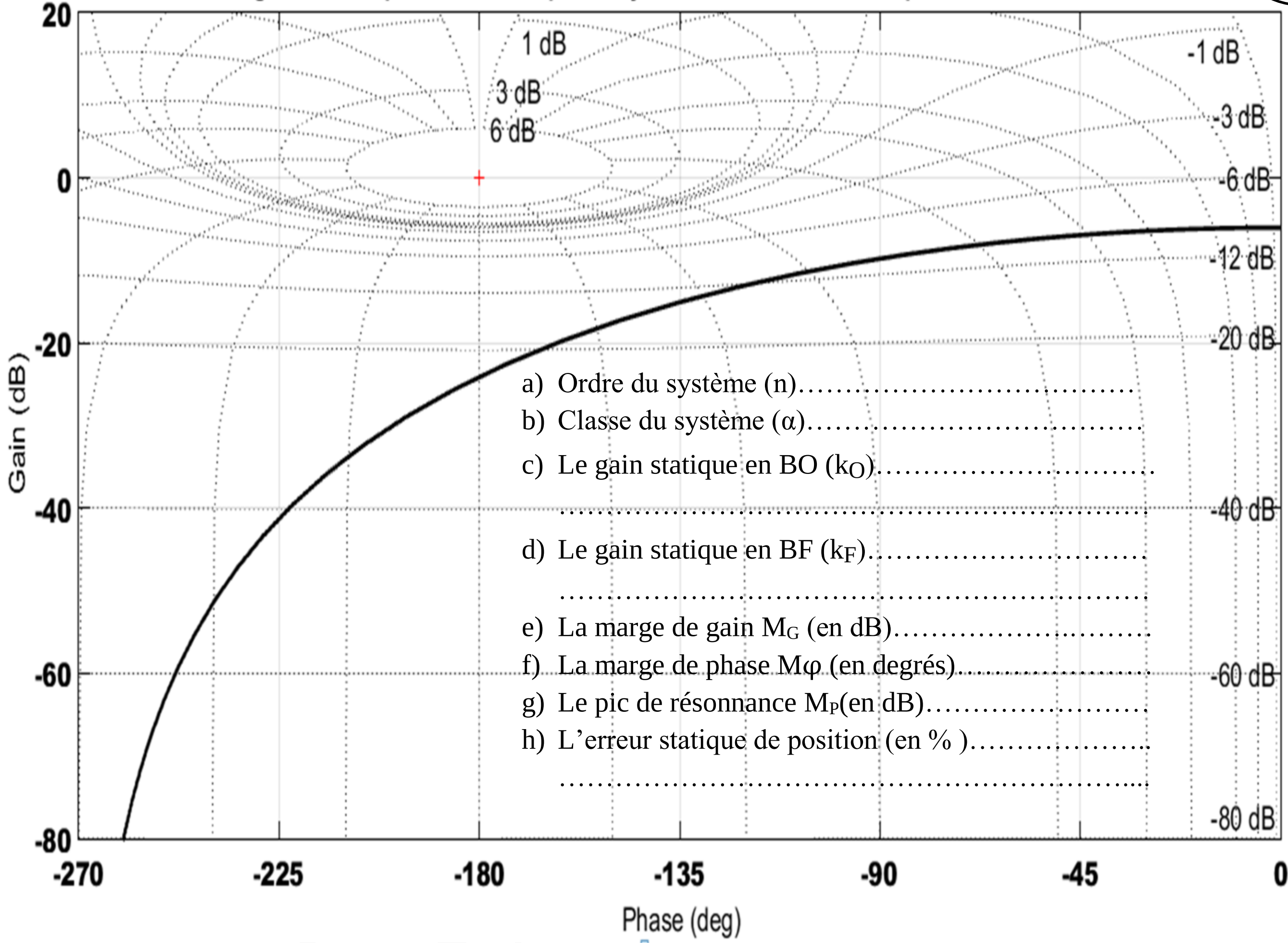
On donne ci-joint le tracé sur un abaque de Black de la réponse harmonique du système en boucle ouverte.

Déduire de cette courbe (figure 2) les grandeurs relatives à un asservissement par retour unitaire du système.

4 pts

Abaque de Black

Figure 2 :La réponse harmonique du système en boucle ouverte pour k = 0.5 et τ = 1s.



a) Ordre du système (n)………………………………
b) Classe du système (α)………………………………
c) Le gain statique en BO (k_O)…………………………
………………………………………………………
d) Le gain statique en BF (k_F)…………………………
………………………………………………………
e) La marge de gain M_G (en dB)……………………….
f) La marge de phase $M\varphi$ (en degrés)…………………
g) Le pic de résonnance M_P(en dB)……………………
h) L'erreur statique de position (en %)………………..
………………………………………………………...

Question 10: Connaissant ces valeurs, conclure quant aux performances du système asservi.

0.5pt

……

DS Novembre 2017

NB : Les parties sont indépendantes

Soit un système d'entrée e(t), de sortie s(t) décrit par l'équation différentielle suivante:

$$\frac{d^3s(t)}{dt^3}+3\frac{d^2s(t)}{dt^2}+3\frac{ds(t)}{dt}+s(t)=2e(t)$$

PARTIE A: Bode (10pts)

1. Montrer que la FTBO du processus peut se mettre sous la forme : $T(p)=\frac{S(p)}{E(p)}=\frac{2}{(1+p)^3}$
   S(p) et E(p) étant respectivement les transformées de Laplace des signaux s(t) et e(t).

....

1.5

2. Donner l'expression du module en (dB) de T(jω): noté par $T_{dB}(\omega)$.

....

1.5

3. Donner l'expression de l'Argument deT(jω) en (°): noté par $\varphi(\omega)$.

....

1.5

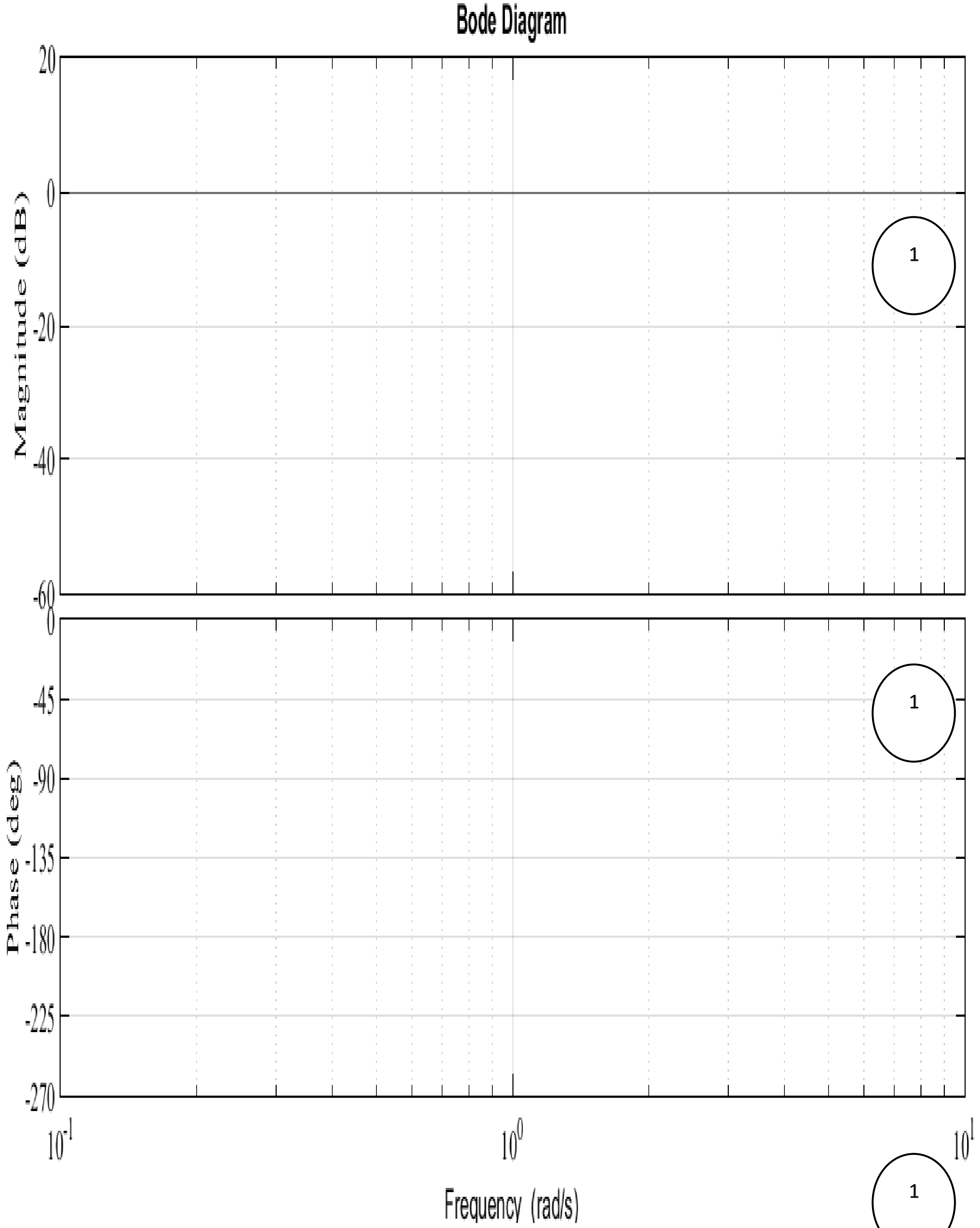
4. Compléter le tableau des valeurs suivant :

ω	0.1	0.2	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1	2	4	5	6	8	9	10
$T_{dB}(\omega)$	**?**	5.5	4.08	3.09	1.99	0.795	-0.463	-1.75	**?**	-15	-30.9	-36.4	-41	-48.4	-51.4	**?**
$\varphi(\omega)°$	**?**	-34	-65.6	-79.8	-92.9	-105	-116	-126	**?**	-190	-228	-236	-242	-249	-251	**?**

....

1.5

5. Représenter le système dans le diagramme de Bode, déterminer la marge de gain M_G et la marge de phase M_Φ puis en déduire la stabilité du système en boucle fermée.



1

6. Calculer le gain critique K_c,

………

PARTIE B: (10pts)

Soit une chaîne d'asservissement à **retour unitaire** dont la transmittance en boucle ouverte est $T(p)$.

$$\boldsymbol{T(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{2}{(1+p)^3}}$$

1

B.1-

7. Donner l'ordre, la classe et gain statique de la FTBO , puis calculer l'erreur statique pour une entrée **échelon de position** d'amplitude 5V

1.5

8. Calculer l'erreur statique pour une entrée **échelon de vitesse** d'amplitude 5V.

0.5

On intercale dans la chaîne directe un correcteur de fonction de transfert $C(p)$. Le schéma fonctionnel du système est donné par la figure 1:

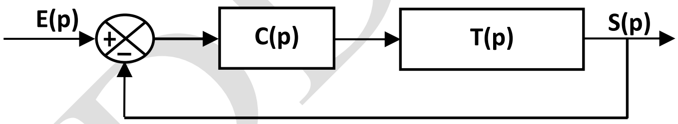


Figure 1

B2- Soit $C(p) = k$.

9. Etablir la fonction de transfert en boucle fermée du système.

0.5

10. Etudier la stabilité du système en fonction de k.

....
....
....
....
....

1.5

11. Exprimer l'erreur statique pour une entrée **échelon de position** de 5V en fonction de k.

....
....
....
....
....

1

12. Déduire la valeur de k permettant d'assurer une erreur de position de 1%.

....
....

0.5

B3- Soit $C(p)=\frac{k}{p}$.

13. Etablir la fonction de transfert en boucle fermée du système.

....
....
....
....

0.5

14. Etudier la stabilité du système en fonction de k.

....
....
....
....

1.5

15. Donner l'ordre, la classe et le gain statique de la FTBO, puis calculer l'erreur statique pour une entrée échelon de position d'amplitude 5V

....
....
....
....

1.5

16. Comparer les performances trouvées en B2 et B3 et conclure sur $C(p)=k$ et $C(p)=\frac{k}{p}$.

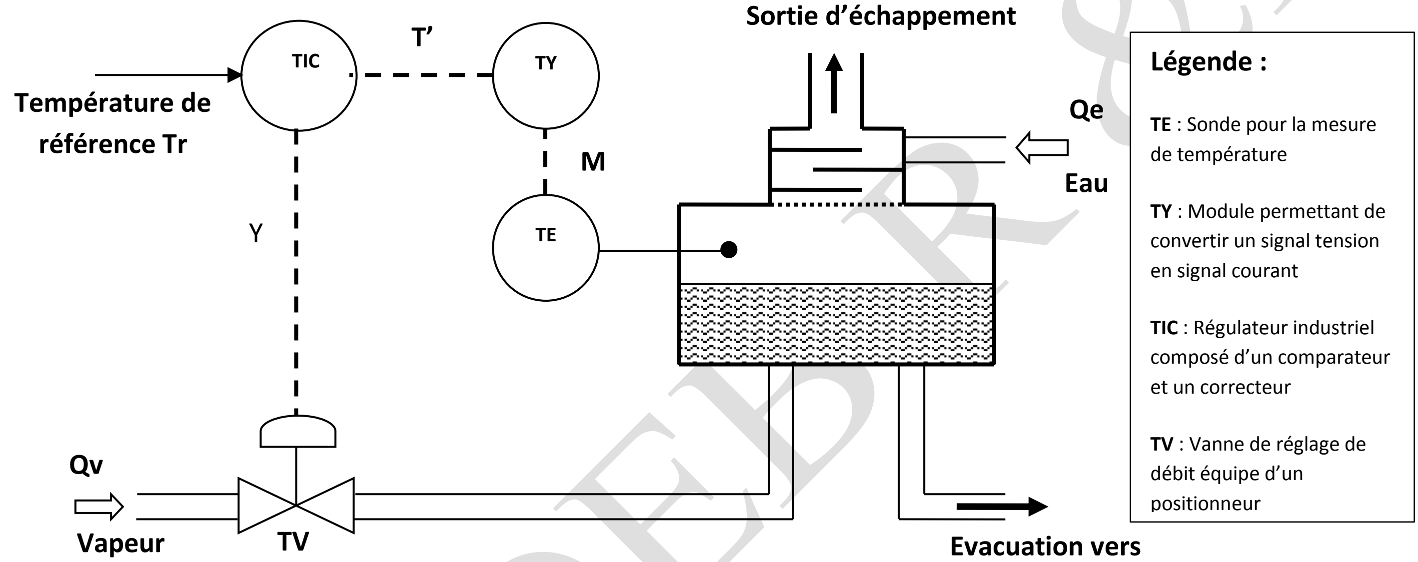
1

....

Examen Janvier 2018

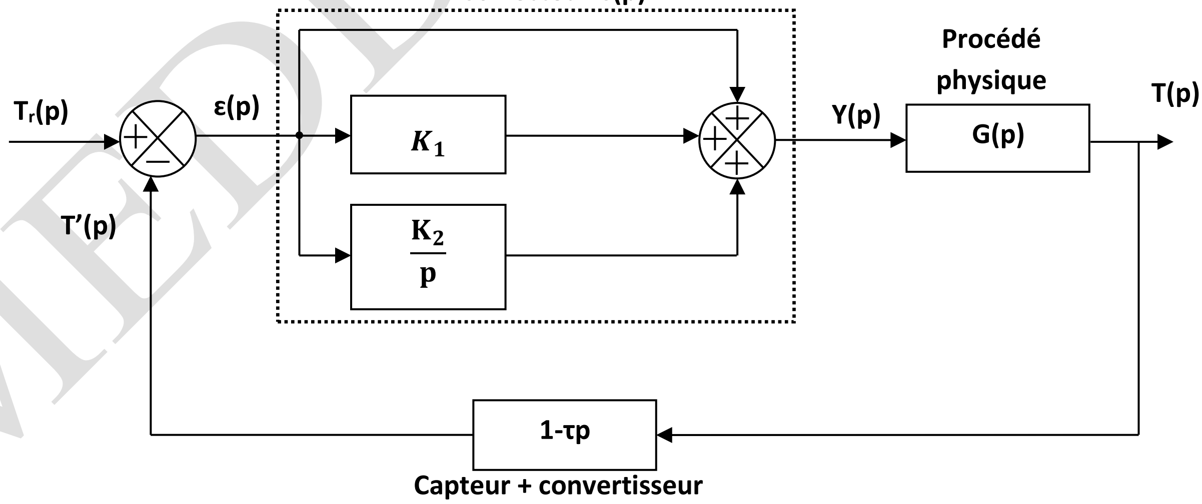
Régulation de température d'un dégazeur thermique

Un dégazeur est utilisé pour réduire la concentration en oxygène (O2), et en gaz carbonique (CO2) dans l'eau. Il est utilisé pour le traitement de l'eau d'appoint des chaudières industrielles. La diminution des taux d'oxygène et du gaz carbonique réduit les risques de corrosion. L'élimination se fait par création d'une atmosphère privée de ces gaz à la surface intime de l'eau de ruissellement. De plus, la propriété des gaz d'être d'autant moins solubles que la pression est faible et la température est élevée, est utilisée.
Pour cela, l'eau contenue dans le dégazeur est maintenue à une légère pression (0.3 à 0.7 bar) et à la température d'évaporation correspondante (107 à 115 °C). Elle se trouve ainsi en légère ébullition (vaporisation). Le mélange de vapeur et du gaz cédé par l'eau d'alimentation, est évacue à l'atmosphère par un évent (sortie d'échappement), au fur et à mesure qu'il se forme.
La figure (1) suivante représente le schéma de régulation de la température réglée en agissant sur le débit de vapeur.



-figure (1)-

Le schéma fonctionnel simplifié de l'installation est donne par la figure (2) suivante:



-figure (2)-

Où $T_r(p)$ est la température de référence, T(p) est la température dans le dégazeur et $\varepsilon(p) = T_r(p) - T'(p)$ est l'erreur statique. Avec : $G(p) = \frac{2}{(p+0.4)(p+1.5)}$

Partie A – Etude temporelle :

A1. On donne $K_1 = K_2 = 0$ et $\tau = 0.1s$

1°/ Déterminer la fonction de transfert simplifiée du correcteur $C(p) = \frac{Y(p)}{\varepsilon(p)}$

……………………………………………………………………………………………………… 0.5
………………………………………………………………………………………………

2°/ Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $H(p) = \frac{T(p)}{T_r(p)}$

………………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………… 0.5
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………

3°/ Le système est-il stable en boucle fermée ? Expliquer.

………………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………… 0.5
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
…………………………………………

4°/ Déterminer la classe $\boldsymbol{\alpha}$ de ce système et le gain statique en boule ouverte $\mathbf{K_O}$

……………………………………………………………………………………………………… 0.5
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………

5°/ Calculer l'erreur statique de position pour un échelon d'amplitude 100 °C.

……………………………………………………………………………………………………… 0.5
………………………………………………………………………………………………

A2. On donne $K_1 > 0$; $K_2 = 0$ et $\tau = 0.1s$

1°/ Déterminer la fonction de transfert simplifiée du correcteur $C(p) = \frac{Y(p)}{\varepsilon(p)}$ en fonction de $\mathbf{K_1}$.

……………………………………………………………………………………………………… 0.5
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………

2°/ Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $H(p) = \frac{T(p)}{T_r(p)}$ en fonction de $\mathbf{K_1}$.

……………………………………………………………………………………………………… 0.5
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………

3°/ Etudier la stabilité du système en utilisant le critère de Routh et en déduire le gain critique $\mathbf{K_{1c}}$

……
……
……
……
……
……
……
…………………………………………………………………………………………………

1

4°/ Déterminer la classe $\boldsymbol{\alpha}$ de ce système et le gain statique en boule ouverte $\mathbf{K_O}$

……
……
…………………………………………………………………………………………………

0.5

5°/ Déterminer l'erreur statique de position pour un échelon d'amplitude 100 °C pour $\mathbf{K_1 = 1.}$

……
……
…………………………………………………………………………………………………

0.5

A3. On donne $\mathbf{K_1 = 1}$; $\mathbf{K_2 > 0}$ et $\boldsymbol{\tau}$ = 0.1s

1°/ Déterminer la fonction de transfert du correcteur $\mathrm{C(p)} = \frac{\mathrm{Y(p)}}{\varepsilon\mathrm{(p)}}$ en fonction de $\mathbf{K_2.}$

0.5

……
……
…………………………………………………………………………………………………

2°/ Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $\mathrm{H(p)} = \frac{\mathrm{T(p)}}{\mathrm{T_r(p)}}$ en fonction de $\mathbf{K_2}$

0.5

……
……
……
…………………………………………………………………………………………………

3°/ Etudier la stabilité du système en utilisant le critère de Routh et en déduire le gain critique $\mathbf{K_{2c}}$

……
……
……
……
……
……
……
……
……
………………………………………………………………………………

1

4°/ Déterminer la classe $\boldsymbol{\alpha}$ de ce système et le gain statique en boule ouverte $\mathbf{K_O}$

……
……
…………………………………………………………………………………………………

0.5

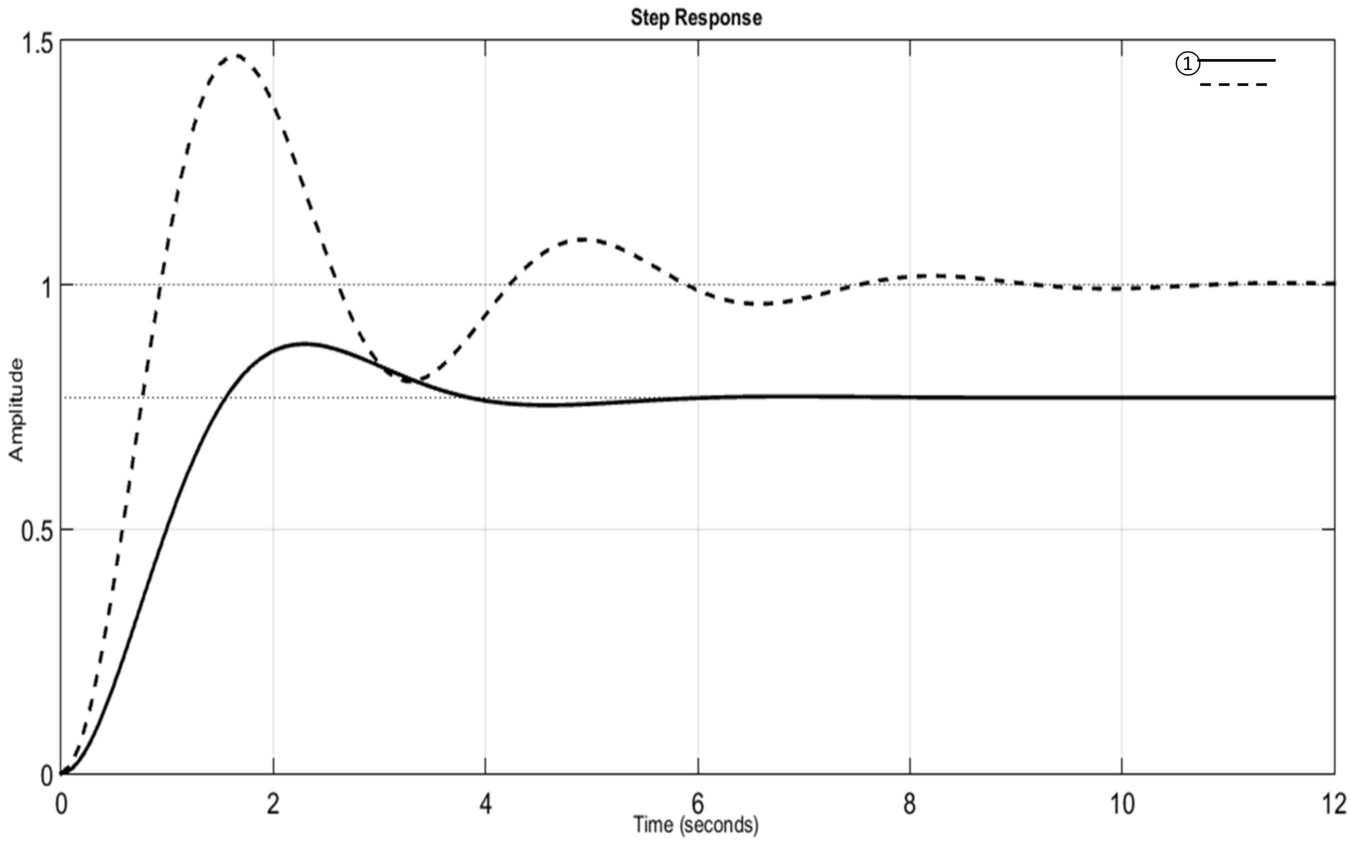
5°/ Déterminer l'erreur statique de position pour un échelon d'amplitude 100 °C.

……
……
…………………………………………………………………………………………………

0.5

A4. Sur la figure 3, on donne les réponses indicielles : pour $K_1 = K_2 = 0$ et $\tau = 0.1s$ → Partie A1

Pour $K_1 = K_2 = 1$ et $\tau = 0.1s$ → Partie A3



-figure (3)-

A partir de (la figure 3) remplir le tableau suivant et identifier la réponse indicielle correspondante à chaque partie (A1 ou A3) puis conclure sur les performances du système asservi. 4

Réponse indicielle	①	②
Dépassement D%		
Temps de pic $T_p(s)$		
Temps de monté $T_m(s)$		
Temps de réponse à $\pm 5\%$ T_r (s)		
Gain statique en boucle fermé k_F		
Gain statique en boucle ouvert k_0		
Erreur statique de position ε_p en %		
Partie (A1 ou A3)		0.5

Conclure……

Partie B : Etude harmonique : **Pour $K_1 = 1$; $K_2 = 3$ et $\tau = 0s$**

1°/ Déterminer la fonction de transfert du correcteur $C(p) = \frac{Y(p)}{\varepsilon(p)}$ 0.5

……

2°/ Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte $F(p) = \frac{T'(p)}{\varepsilon(p)}$ 0.5

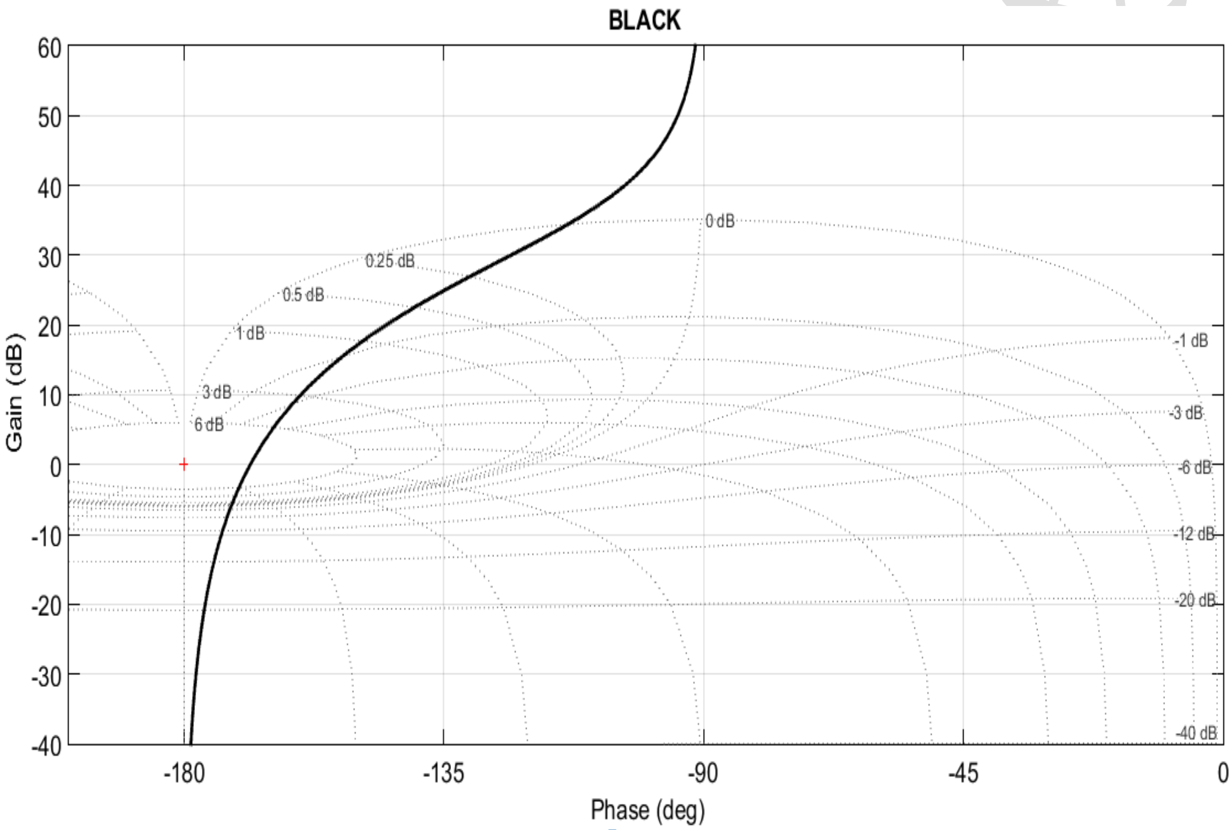
……

3°/ Donner les expressions du module **F_{dB}(ω)** et de l'Argument $\varphi(\omega)$ de **F(jω)** . 1.5

……

……

On donne ci-joint le tracé sur un abaque de Black de la réponse harmonique du système en boucle ouverte.



-figure (4)-

4°/ Déduire de cette courbe (figure 4) les grandeurs relatives à un asservissement par retour unitaire du système.

- L'ordre du système **n**………………………………………………………………………
- La classe du système **α**………………………………………………………………………
- La marge de gain **M_G** (en dB)……………………………………………………………
- La marge de phase **Mφ** (en degrés)………………………………………………………… 4
- Le pic de résonnance **M_P** (en dB)……………………………………………………………
- Le gain statique en boucle fermé **K_F**…………………………………………………………
- Le gain statique en boucle ouvert **Ko**…………………………………………………………
- L'erreur statique de position **ε_P** (en %)……………………………………………… 0.5

5°/ Connaissant ces valeurs, conclure quant aux performances du système asservi.

……

DS Novembre 2018

Régulation de Niveau

Un système de régulation de niveau d'eau est modélisé par le schéma fonctionnel donné par la figure 1.

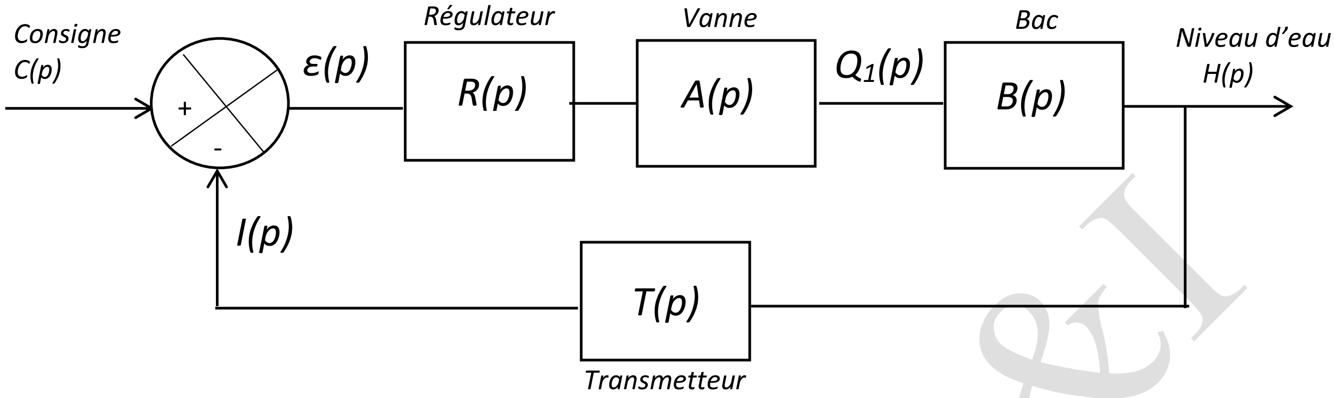


Figure 1 : Dispositif de régulation de niveau d'eau

Avec **C(p)** : Consigne, **Q1(p)** : Débit d'eau, **H(p)** : Niveau d'eau, **I(p)** : Sortie du transmetteur.
La Figure 2 : Représente le modèle de comportement de cette régulation de niveau :

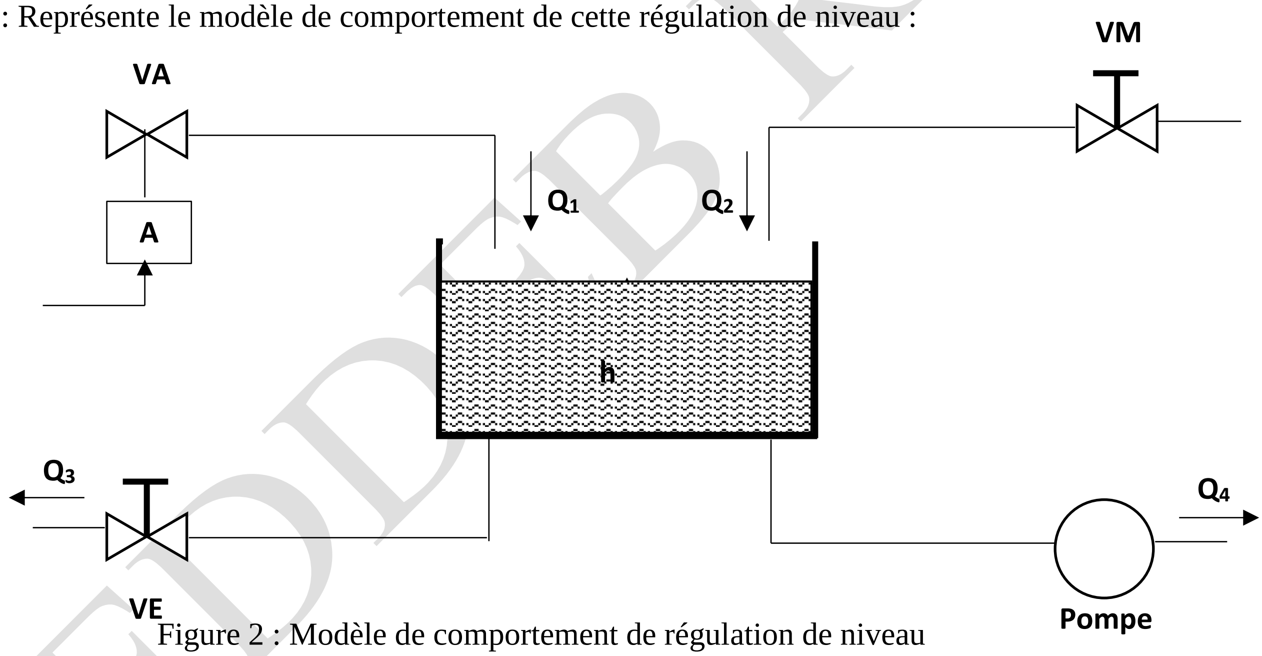


Figure 2 : Modèle de comportement de régulation de niveau

Le débit d'entrée **Q_1 (fig 2)** dépond de la section de la vanne automatique **(VA),** commandée par l'actionneur **(A).**
(VM) est une vanne manuelle assurant le débit **(Q2).**
Le débit de sortie **(Q3)** est proportionnel à la hauteur **(h)** et la section de la vanne d'évacuation **(VE).**
La pompe **(P)** extrait un débit **(Q4)** proportionnel à la vitesse de rotation.
Les paramètres **a** et **b** du schéma fonctionnel du Bac **(fig 3)** sont choisis pour un point de fonctionnement tels que : **a=2 et b=500.**

NB : $tang(A+B) = \frac{tang(A)+tang(B)}{1-tang(A).tang(B)}$; $M_G = -20.\log\left(\left|G(j.\omega_{osc})\right|\right)$; $M_\varphi = \pi + \mathrm{Arg}(G(j\,\omega_1))$

Les fonctions de transfert de l'actionneur et du transmetteur sont définies par : $\boldsymbol{A(p) = T(p) = \frac{1}{(1+p)}}$

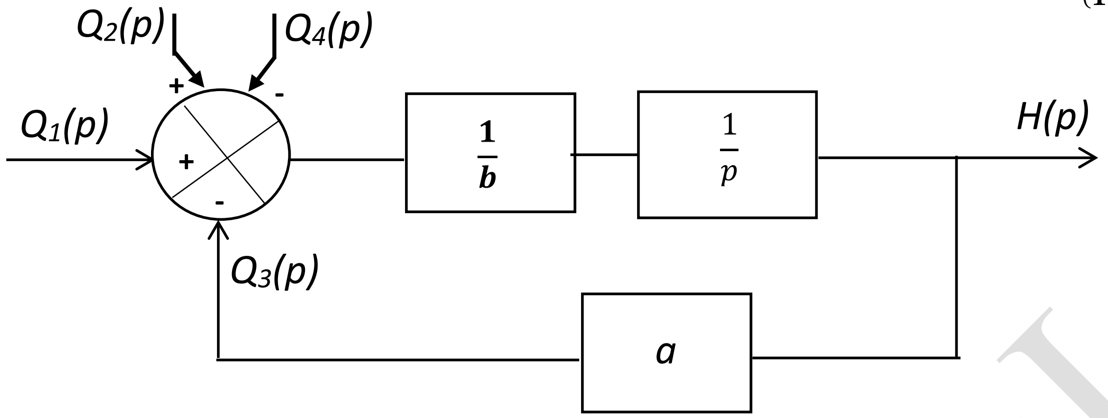


Figure 3 : schéma fonctionnel du Bac

PARTIE 1: Stabilité par Critère de Routh (10 pts)

Question 1 : En se référant à la figure 3 et en considérant que $\mathbf{Q_2 = Q_4 = 0}$.
Trouver la fonction de transfert du **Bac** : **B(p) =** $\frac{\boldsymbol{H(p)}}{\boldsymbol{Q_1(p)}}$

……
……
……

Question 2 : En l'identifiant à un système de premier ordre, déterminer le gain statique $\mathbf{K_B}$ et la constante de temps $\boldsymbol{\tau_B}$ du **Bac** pour le point de fonctionnement choisi.

……
……
……

Dans ce qui suit, on suppose que le régulateur est de type proportionnel **: R(p) =** $\boldsymbol{\alpha}$

Question 3 : En se référant au schéma au de la figure 1, calculer la fonction de transfert **N(p) =** $\frac{\boldsymbol{H(p)}}{\boldsymbol{C(p)}}$ du système en boucle fermée $\mathbf{(Q_2 = Q_4 = 0)}$.

……
……
……
……
……

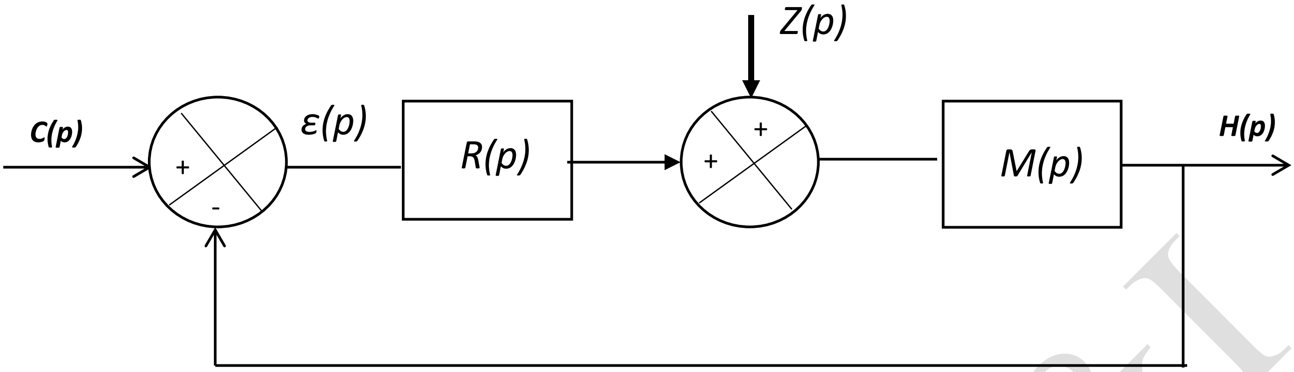
Question 4 : En utilisant le **critère de Routh,** étudier en fonction de $\boldsymbol{\alpha}$**,** la stabilité du système en boucle fermée**.**

……
……
……
……
……
……

Déduire le domaine de stabilité : $\boldsymbol{\alpha}$

PARTIE 2 : Stabilité par critère de revers (10pts) :

Pour des raisons de de simplification, le système étudié dans la **partie 1** se ramène au schéma bloc suivant :



Avec : $\boldsymbol{M(p) = \frac{1}{p(1+20p)(1+5p)}}$ et **Z(p)** une entrée de perturbation

On considère un régulateur proportionnel : **R(p) = K** et en supposant que **z(t) = 0 ;**

Question 5 : Ecrire les expressions du module $\mathbf{M_{dB}(\omega)}$ et de l'Argument $\varphi(\omega)$ de $\mathbf{M(j\omega)}$:

....
....
....
....
....
....
....
....
....

Question 6 : Calculer le gain critique $\mathbf{K_c}$ limite de la stabilité du système en boucle fermée.

....
....
....
....

Question 7 : Calculer le gain $\mathbf{K_1}$ assurant une marge de gain $\mathbf{MG_1 = 12dB}$

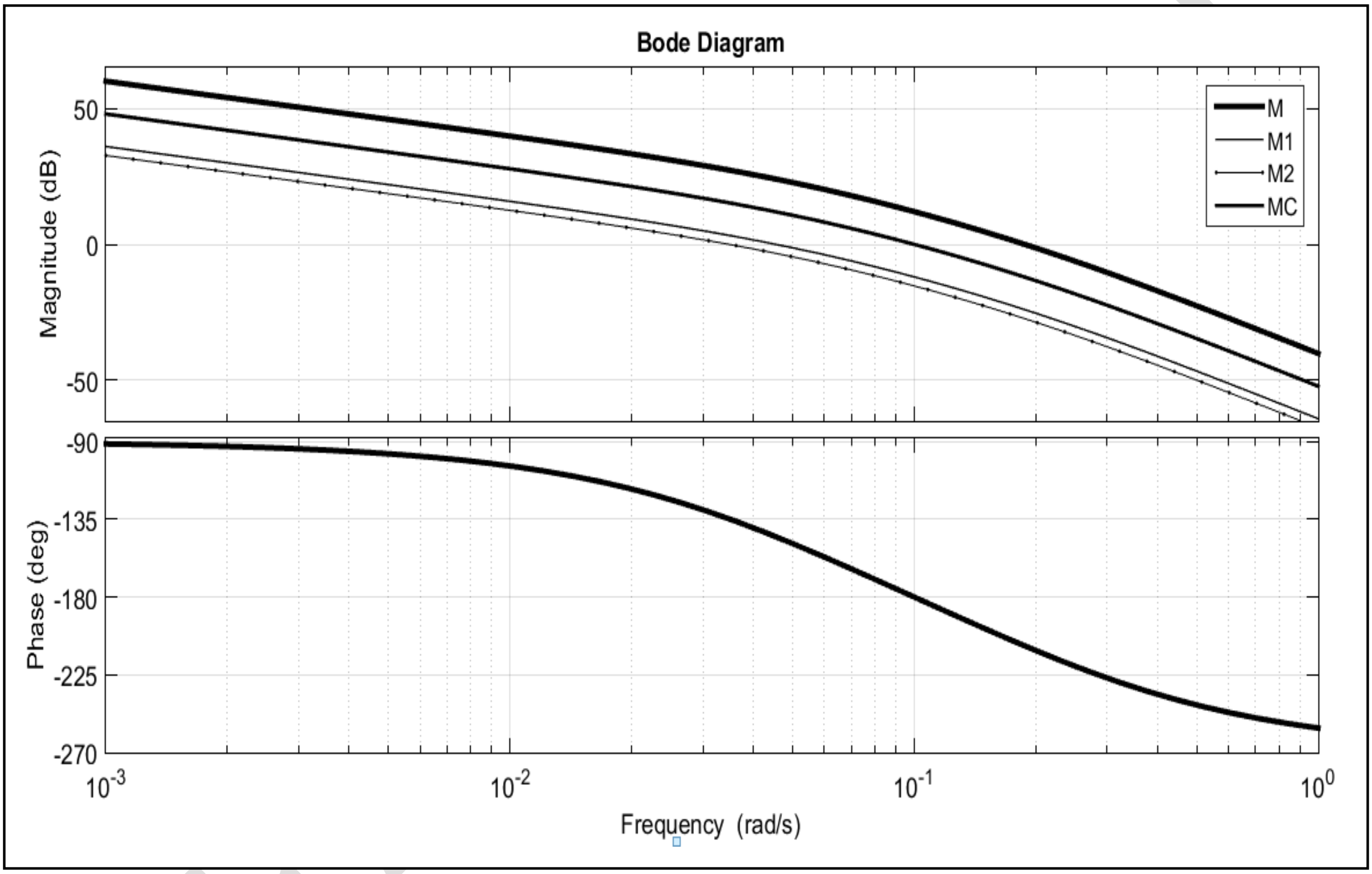
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Question 8 : Si on désire une marge de phase M_φ **= 45°,** quelle valeur de gain **K2** doit-on choisir ?

En déduire la marge de gain **MG_2 en (dB)**

....
....
....
....
....

.**Question 9 :** On donne ci-dessous le tracé de Bode de la réponse harmonique du système en boucle ouverte pour différentes valeurs de K.



Tracer puis déduire de ces courbes les grandeurs suivantes :

	La marge de gain M_G (en dB)	**La marge de phase M_φ (en degrés)**	**Conclure sur la stabilité du système**
M			
M1			
M2			
MC			

Examen Janvier 2019

Régulation de vitesse d'un moteur à courant continu

PARTIE 1 : Etude préliminaire :

2.5pts

Le moteur à courant continu est commandé en tension, on s'intéresse à la vitesse du rotor dépendant de la charge constituée d'un frottement fluide.
(**NB :** Le flux de la machine est fonction du courant d'excitation $\phi = f(j)$)

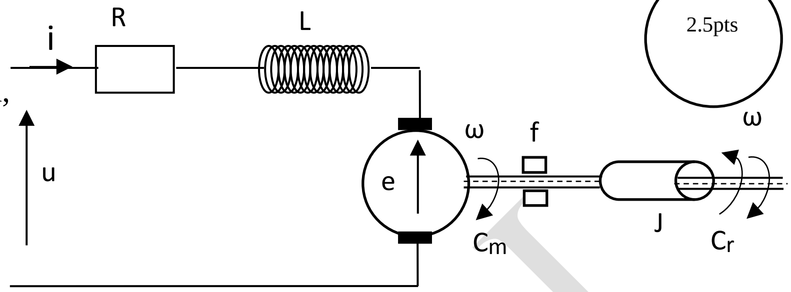
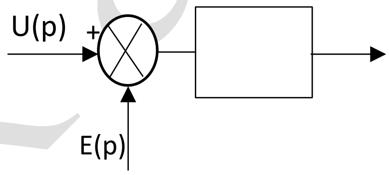
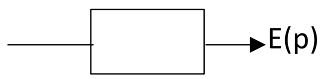
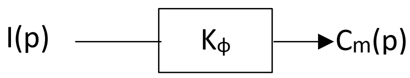
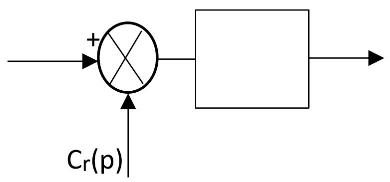


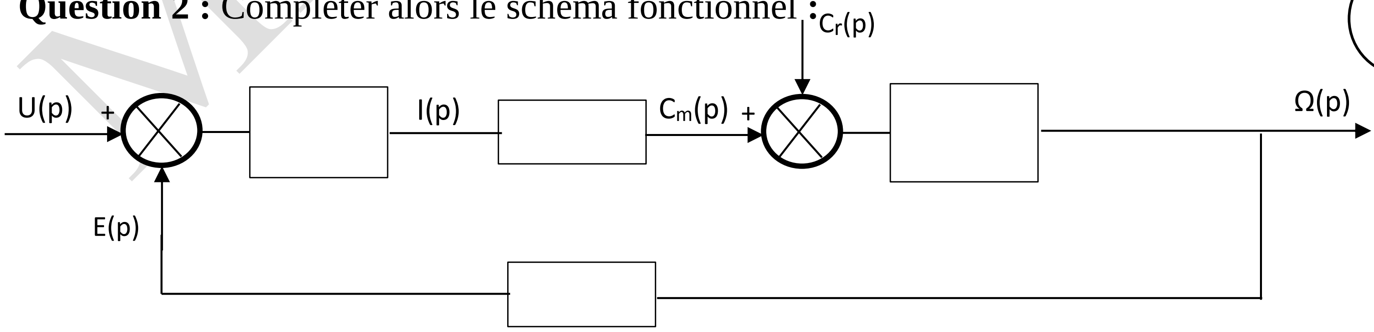
Figure 1 : MCC

Question 1 : En se référant à la **figure 1**, compléter le tableau suivant :

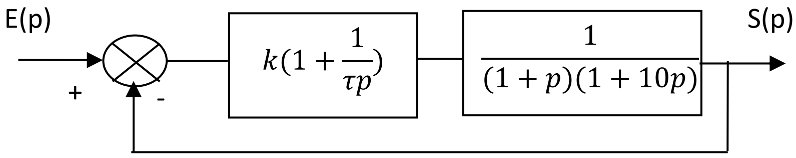
	Loi physique	Transformé de Laplace	Schéma bloc
Équation électrique au stator	$u = R\,i + L\dfrac{di}{dt} + e$		
Force contre électromotrice	$e = K_\phi\, \omega$	$E(p) = K_\phi\, \Omega(p)$	
Couple électromagnétique	$C_m = K_\phi\, i$		
Équation mécanique	$C_m - C_r = J\dfrac{d\omega}{dt} + f\,\omega$		

Question 2 : Compléter alors le schéma fonctionnel :

2pts



On considère le système représenté par le schéma fonctionnel suivant avec k > 0 et τ > 0.



PARTIE 2: Stabilité par Critère de Routh :

Question 3 :

1.5pts

Calculer la fonction de transfert en boucle fermée H(p) = $\frac{\boldsymbol{S(p)}}{\boldsymbol{E(p)}}$

………

………

………

………

………………………………

2pts

Question 4 : Etudier la stabilité en utilisant le critère de Routh,
puis hachurer la zone de stabilité dans **l'hyperplan τ =f(k) (Sur DR page 4/6)**

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………………………………………………………………………………

PARTIE 3: Rapidité par Critère de Naslin :

2pts

Question 4 : A l'aide de critère de **Naslin**, calculer les rapports caractéristiques **α_i :**

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

………………………………………

Question 5 : Pour un dépassement D% $\leq$ 6% et sans prise en compte du numérateur N(p), Hachurer dans **l'hyperplan τ = f(k)** la zone ou le D% $\leq$ 6%.**(sur DR page 4/6)**

……………………………………………………………………………

2pts

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

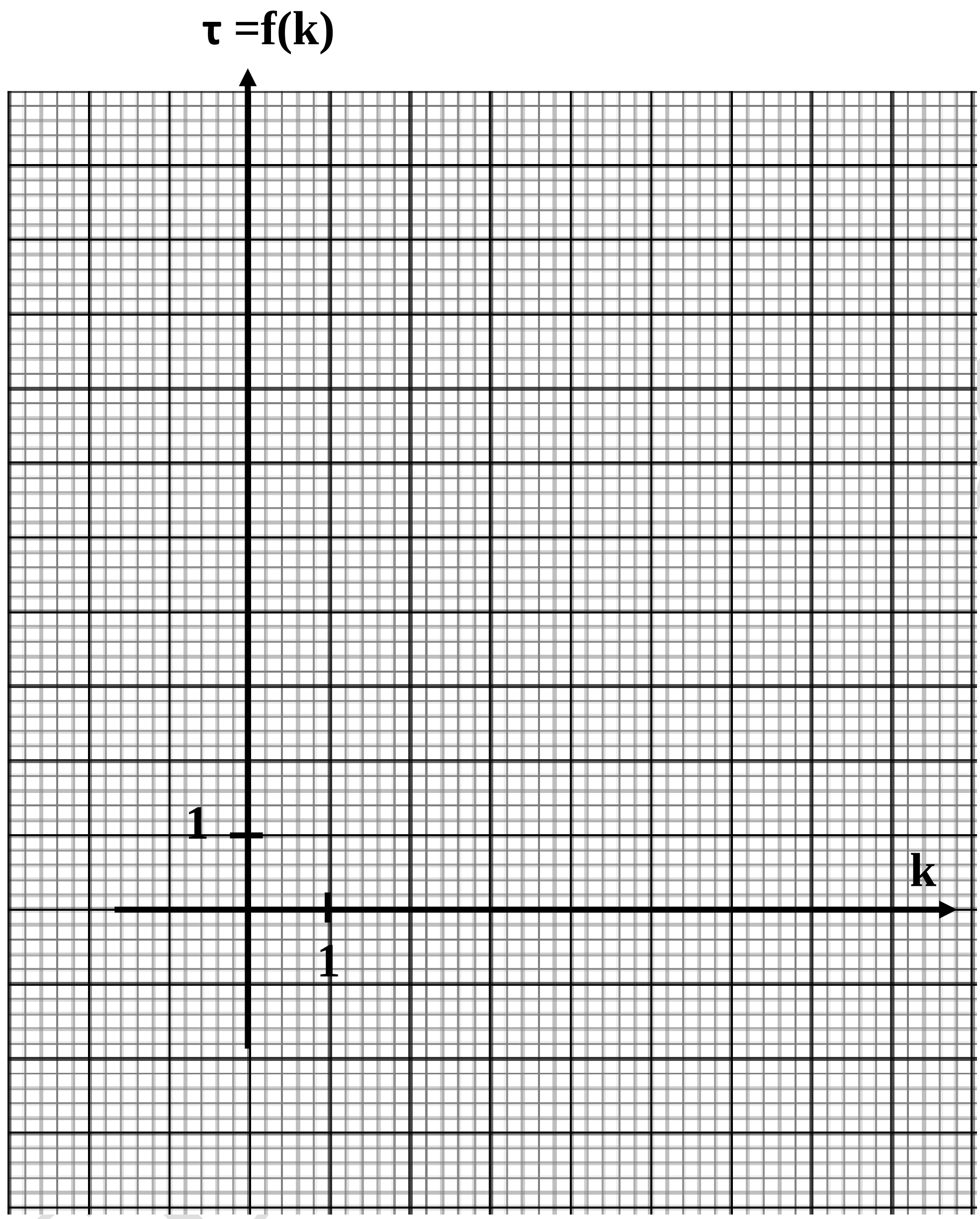
……………………………………………………………………………

Question 6 : Calculer le temps de pic $\mathbf{T_p}$ pour **k = 1 et τ = 5.5s,**

0.5pts

……………………………………………………………………………

Document Réponse DR



Question 7: On vous donne ci-dessous **(figure 2)** les réponses indicielles pour **k = 1 et τ = 5.5s** :
F(p) Sans correction
H(p) Avec correction

3.5pts

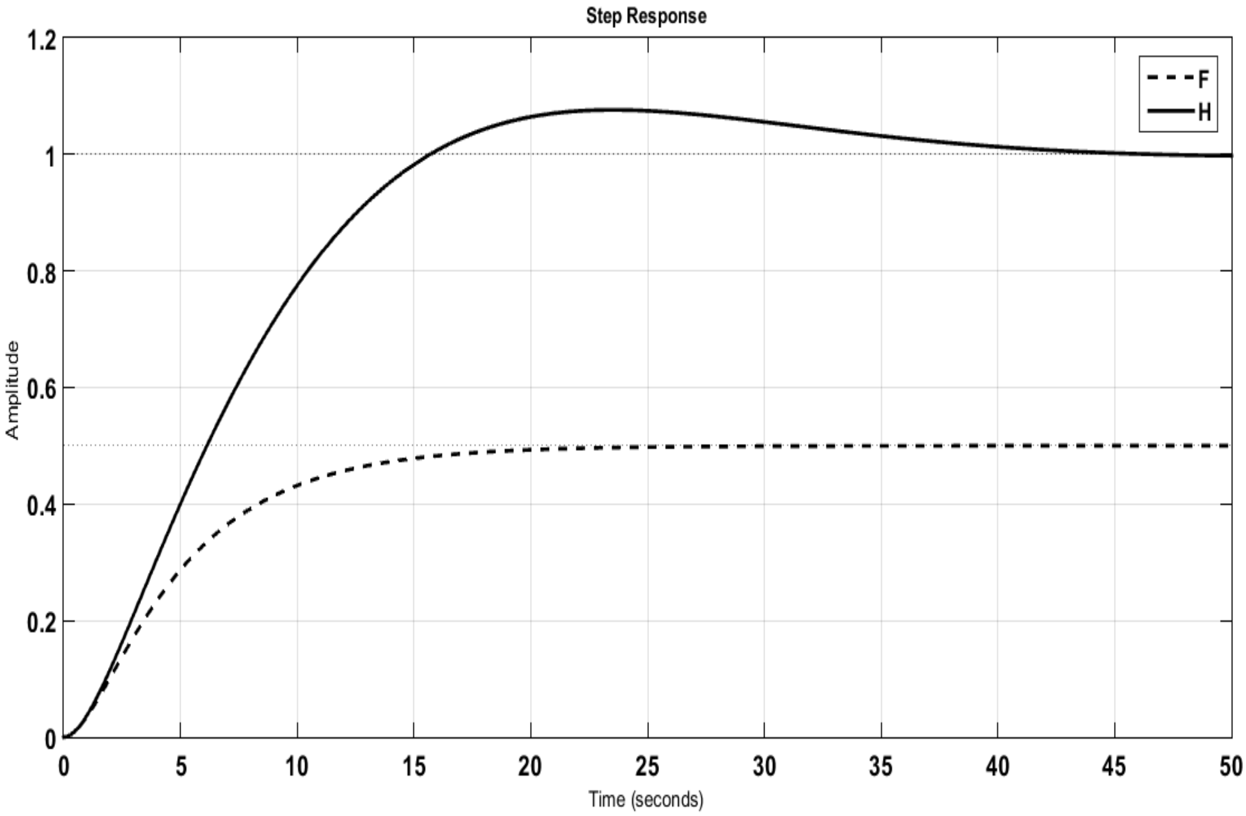


Figure 2 : les réponses indicielles pour **k = 1 et τ = 5.5s**

Déterminer graphiquement **: T_p , T_m , T_s , D% ,** gains statiques en BF **k_f ,** en BO **k_o** et l'erreur statique de position **ε_p.**

	Sans correction : F(p)	**Avec correction : H(p)**
Dépassement D%		
Temps de pic T_p(s)		
Temps de monté T_m(s)		
Temps de réponse à ±5% T_r (s)		
Gain statique en boucle fermé k_F		
Gain statique en boucle ouvert k_0		
Erreur statique de position ε_p en %		

PARTIE 4: Abaque de Black:

Question8 : On donne ci-joint le tracé sur un abaque de Black de la réponse harmonique des systèmes G(p) et T(p) = R(p).G(p) en boucle ouverte pour K= 1 et τ = 5.5s.

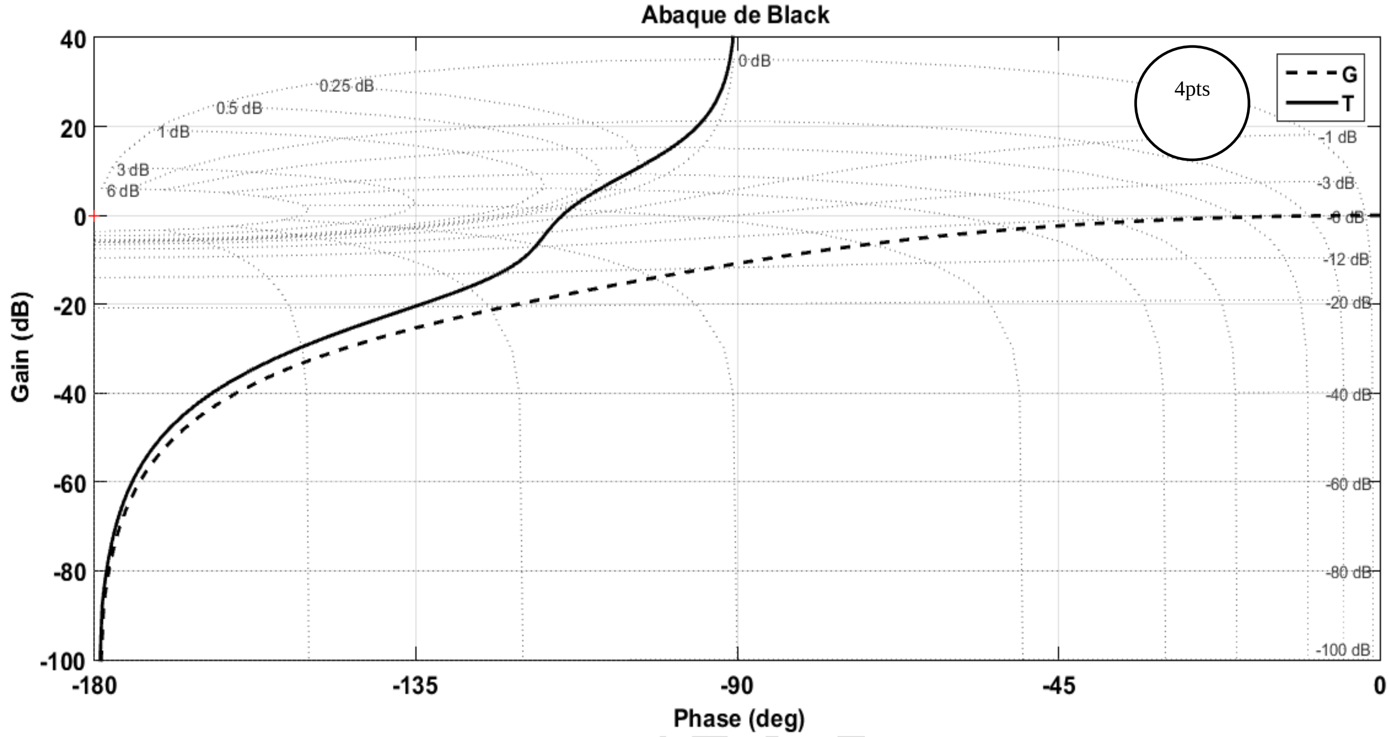


Figure 3 : Réponses harmoniques des systèmes G(p) et T(p) pour K= 1 et τ = 5.5s.

Déduire de ces courbes **(figure 3)** les grandeurs relatives à un asservissement par retour unitaire du système.

	G(p) : Sans correction	**T(p)=R(p).G(p) : Avec correction**
Ordre du système (n)		
Classe du système (α)		
Le gain statique en BF (k_F)		
Le gain statique en BO (k_O)		
La marge de gain M_G (en dB)		
La marge de phase Mφ (en degrés)		
Le pic de résonnance M_P(en dB)		
L'erreur statique de position (en %)		