INSTITUT SUPERIEUR DES ETUDES TECHNOLOGIQUES DE NABEUL
DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE

TRAVAUX DIRIGÉS DE MÉCANIQUE GÉNÉRALE

Statique

Niveau : L1/S1 3

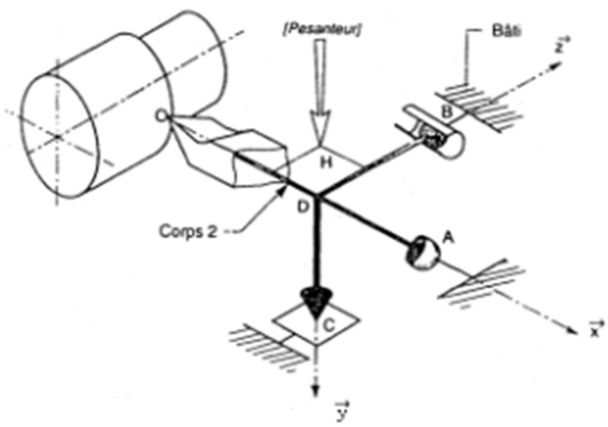
EXERCICE 1 :

Porte-outil dynamométrique

La figure ci-dessous représente un capteur utilisé pour évaluer les efforts de coupe dans une opération de tournage.

Il est constitué d'un support d'outil (2), mis en position dans le bâti (1) du tour par trois liaisons :

- Une rotule de centre A tel que $\overrightarrow{OA} = a\vec{x}$;
- Une linéaire annulaire de centre B tel que $\overrightarrow{OB} = d\vec{x} + b\vec{z}$, de directeur $\vec{x}$
- Une ponctuelle de centre C tel que $\overrightarrow{OC} = d\vec{x} + c\vec{y}$ et de normale $\vec{y}$
- Des capteurs placés en A, B et C permettent de mesurer les différentes composantes des efforts de liaison.



On se propose de vérifier que la mesure de ces composantes permet de déterminer complètement l'action de coupe inconnue en O, modélisée par le torseur :

$$\left\{T_{coupe \to 2}\right\}_O = \begin{Bmatrix} X_0\vec{x} + Y_0\vec{y} + Z_0\vec{z} \\ L_0\vec{x} + M_0\vec{y} + N_0\vec{z} \end{Bmatrix}$$

On suppose :

- Que le corps (2) est indéformable
- Que l'action de la pesanteur est représentable par un glisseur vertical de norme connue égale à Mg, coupant le plan (O,x ,y) en un point H de position connue : OH=hx+fz
- Que le repère (D,x ,y, z) liée au bâti est galiléen.

1. Ecrire les torseurs des actions mécaniques.
2. Ecrire les torseurs des actions mécaniques au point O.
3. Appliquer le P.F.S à (2) puis écrire le système d'équations correspondant.
4. Déterminer les actions de liaison en fonction des actions de coupe.
5. Application numérique : on suppose connue l'action de coupe en O, définie par Xo=120 N, Yo=770 N, Z0=285N.

Lo=Mo=No=0

A=120 mm, b=40 mm, d=50 mm

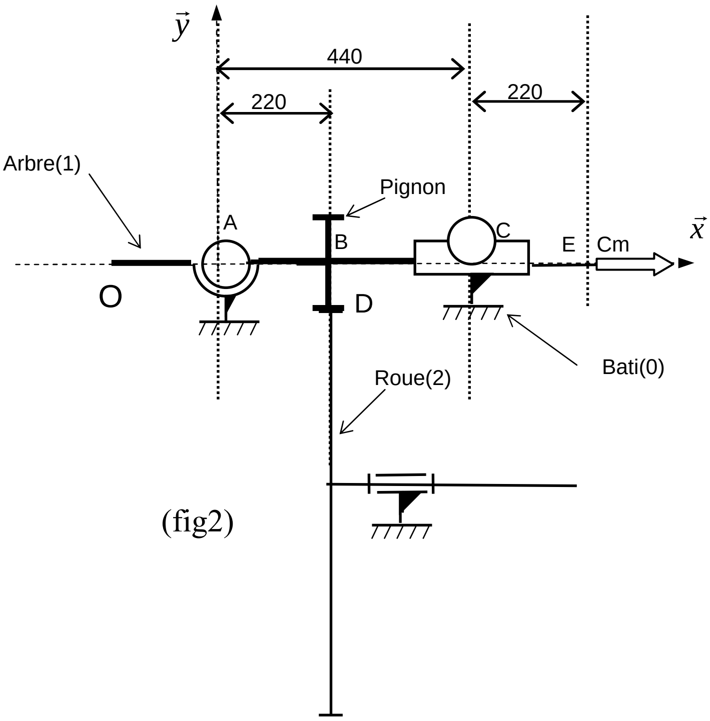
Le poids Mg est supposé négligeable devant les autres efforts.

Calculer numériquement les actions de liaison en A, B et C.

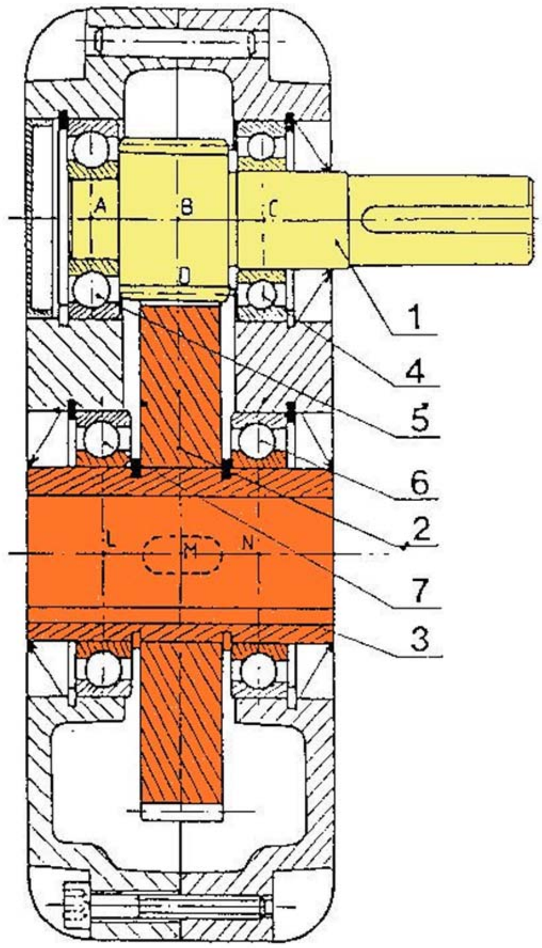
EXERCICE 2 (corrigé):

La figure 1 représente un réducteur, il est formé par un étage d'engrenage à dentures **droite** et guidée en rotation par des roulements à bille (modélisée par une liaison **linéaire annulaire** d'axe (C ,$\vec{X}$) et une **liaison rotule** de centre A). voir figure 2

Ce réducteur est accouplé avec un moteur électrique (non représenté) au point E



(fig2)



(fig1)

Dans ce qui suit nous supposons que :

- Tous les poids des pièces sont négligés.
- Toutes les pièces sont rigides et indéformables et toutes les liaisons sont parfaites.

On donne :

☑ Rayon de pignon (r) : r = BD = 56 mm.

☑ $\vec{F}_{(2/1)} = F_R\vec{y} + F_T\vec{z}$, F_R = 364 N et C_m = 56000 Nmm.

☑ $\overrightarrow{DA} = -220\,\vec{x} + 56\,\vec{y}$ et $\overrightarrow{CA} = -440\overrightarrow{x}$

Remarque : les efforts en **newton** et les cotes en **millimètres**.

TRAVAIL DEMANDE :

1. Déterminer les torseurs statiques des actions mécaniques extérieures appliquées sur l'arbre (1) respectivement aux points A, B, D , C et E
2. En appliquant le principe fondamentale de la statique au point A, déterminer les inconnues statiques : $X_A, Y_A, Z_A, Y_{C,}Z_C$ et l'effort tangentiel F_T .

EXERCICE 3 :

La figure 5 représente schématiquement un treuil électrique. Celui-ci est constitué :

- D'un moteur frein (M-F)
- D'un réducteur de vitesse à engrenage, angle de pression $\alpha = 20°$
- Diamètre primitif du pignon **4** :d4=30mm
- Diamètre primitif de la roue **3** ;d3=180mm
- Rendement de ce réducteur, supposé égale 1.
- D'un tambour **1** sur lequel s'enroule le câble supportant la charge maximale **2** de poids P=104 N.
- D'un ensemble de trois carters repérés **0**.

Hypothèses : le repère R=(O, $\vec{X}$, $\vec{Y}$, $\vec{Z}$) est défini sur la figure 5.

Toutes les masses autres que *M* sont négligeables.

Le plan (O,X, Z) n'est pas un plan de symétrie pour les forces appliquées au treuil.

Toutes les liaisons sont parfaites. On donne la modélisation de celles-ci :

- (**1-0**) 1 en A : sphérique de centre A.
- (**1-0**) 2 en B : linéaire annulaire de centre B et d'axe (B, x)
- **3-4** en D : linéaire rectiligne (engrènement droit avec angle de pression α=20°)

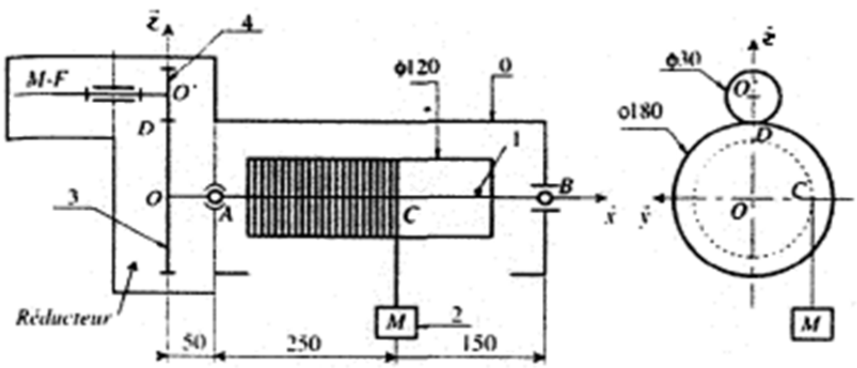


Fig 5

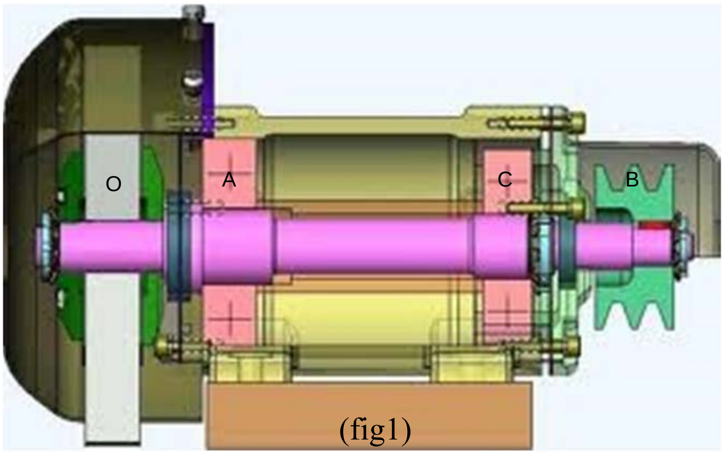
1. Etudier l'équilibre du système matériel S= {1, 2, 3} et donner au centre de chaque liaison les composantes dans (x, y, z) des T.A.M.L

2. Etudier l'équilibre du système matériel S'= {4+disque de frein} et calculer le couple minimum de freinage pour arrêter la descente de la charge M.

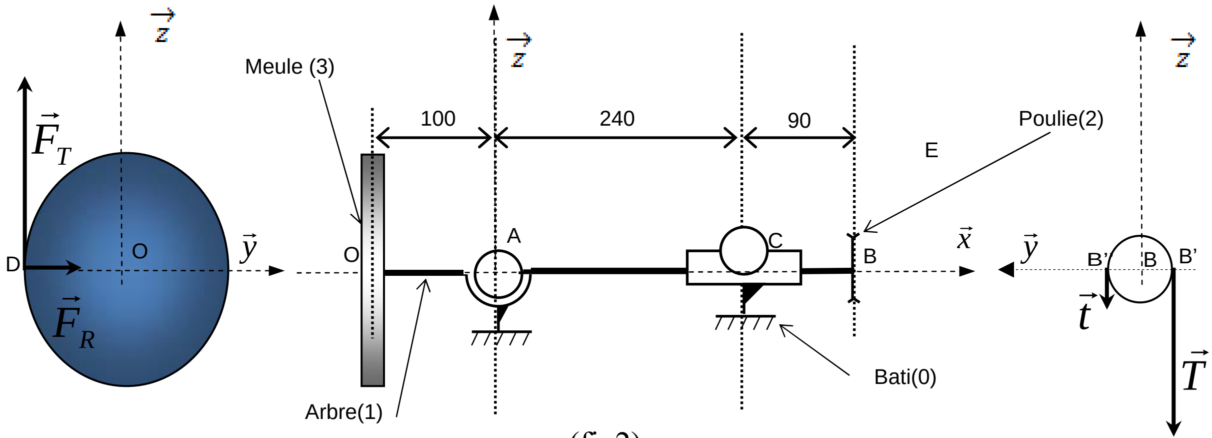
EXERCICE 4 (corrigé) :

La figure 1 représente un touret, il est constitué principalement par un arbre guidé en rotation, par des roulements à bille (modélisée par une liaison **linéaire annulaire** d'axe $(C,\vec{x})$, une **liaison rotule** de centre **A**.

L'arbre est entrainé en rotation par un système poulie-courroie au point B (voir figure 2)



(fig1)



(fig2)

Dans ce qui suit nous supposons que :

- Toutes les pièces sont rigides et indéformables et toutes les liaisons sont parfaites.
- Les tensions du brin tendu et du brin moue sont parallèles.

On donne :

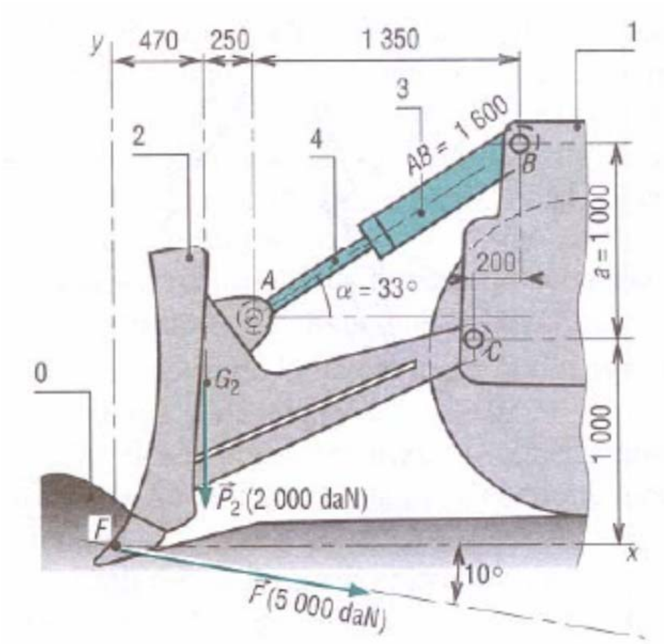
- ☑ Rayon de poulie (Rp) : Rp = BB' = 22 mm.
- ☑ Rayon de meule (Rm) : Rm= OD = 75 mm.
- ☑ F_T =110 N; F_R = 16 N ; $T \approx 4\,.\,t$ et p = m .g = 10 N (avec p est le poids de la meule (3))
- ☑ $\overrightarrow{AC} = 240\,\vec{x}$; $\overrightarrow{AB} = 330\,\vec{x}$ et $\overrightarrow{AO} = -100\,\vec{x}$

Remarque : les efforts en **newton** et les cotes en **millimètres**.

TRAVAIL DEMANDE :

1. Donner les torseurs des actions mécaniques exercées sur le système **S = (1+ 2+ 3)** respectivement aux points **O , D , A, C et B** dans la base $B(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$
2. En appliquant le principe fondamentale de la statique au point A, déterminer les inconnues statiques : X_A, Y_A, Z_A, Y_C, Z_C et la tension T .

EXERCICE 5 :



La figure représente schématiquement la ***lame*** d'un compacteur utilisé sur les chantiers pour tasser et égaliser les sols.

Il s'agit du solide **2** qui est articulé en *C* sur le châssis **1** de l'engin et qui est manoeuvré en *A* par un vérin hydraulique **3** + **4** (**3** = corps, **4** = tige), lui-même articulé en *B* sur le châssis **1**.

Les liaisons en *A*, *B* et *C* sont des liaisons pivots.

On se place dans le plan de symétrie de l'appareil rapporté au repère fixe $(F, \vec{x}, \vec{y})$.

La lame est en équilibre dans ce repère.

$\vec{P}_2$ est le poids de la lame, appliqué en G_2 et de module 20 000 N.

$\vec{F}$ est la force appliquée au point *F* qui représente l'action du sol sur la lame. Son module est 50 000 N.

1. Calculer les composantes de *F* dans la base $(\vec{x}, \vec{y})$

2. On considère le vérin comme un solide indéformable, de poids négligeable, en équilibre dans la position de la figure.

a) Justifier alors qu'il exerce sur la lame **2** une force T appliquée en A et dirigée suivant la direction *AB*.

b) Si T est l'intensité de cette force, écrire les composantes du vecteur $\vec{T}$ dans la base $(\vec{x}, \vec{y})$.

3. Soient X_C et Y_C les composantes de la force exercée par le châssis sur la lame au niveau de la liaison pivot en *C*.

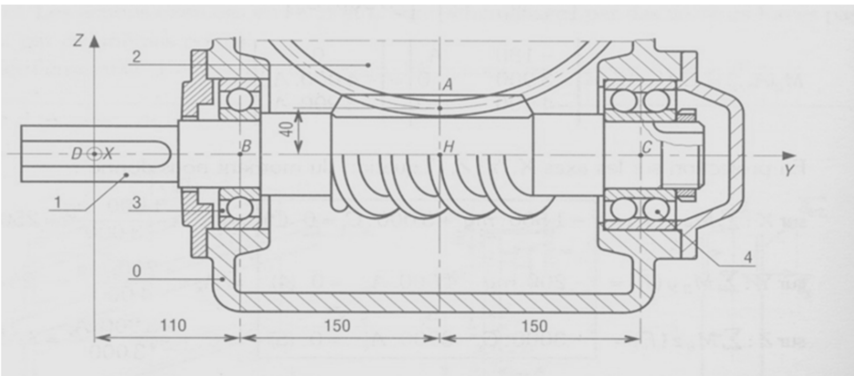
a) Ecrire deux équations vectorielles qui traduisent le principe fondamental de la statique appliqué au solide **2**.

b) En déduire trois équations scalaires qui portent sur les trois inconnues *T*, X_C et Y_C.

c) Résoudre ce système et calculer la valeur des inconnues.

EXERCICE 6 :

Le dispositif proposé représente, en coupe, une partie d'un réducteur à roue et vis sans fin. L'arbre de la vis (1) est monté sur deux roulements (3) et (4). Les actions exercées par les roulements sur l'arbre sont respectivement $\vec{R}_{3/1}$ et $\vec{R}_{4/1}$. L'action du moteur est schématisée par le couple $\vec{C}$ en D, ainsi que celle de la roue dentée (2) sur la vis (1) est $\vec{F}_{2/1}$ en A.

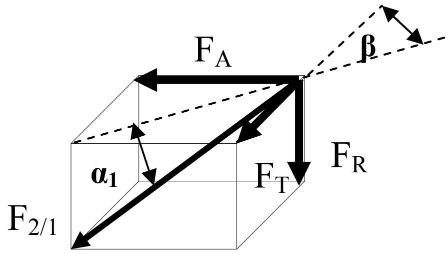


On donne :

- $\vec{C}$=-100 Nm$\vec{Y}$.
- $\vec{F}_{2/1}$=$F_T.\vec{X}$ -$F_A.\vec{Y}$ -$F_R.\vec{Z}$ = 250.$\vec{X}$ -1179.$\vec{Y}$ -654.$\vec{Z}$ (daN).
- $\overrightarrow{BA}$ = a.$\vec{Y}$ + r.$\vec{Z}$ et $\overrightarrow{BC}$ =c.$\vec{Y}$
- a=150mm, r=40mm et c=300mm.

1. Utiliser la figure (I) pour déterminer les caractéristiques angulaire (α_1 : angle de pression et β_1 : angle d'inclinaison de l'hélice de la vis (1) sans fin).

Figure(I)



2. Faire l'inventaire des différentes actions mécaniques qui sont exercées sur la vis sans fin (1) à leurs points d'application.

3. Donner les torseurs statiques appliqués sur la vis (1) aux points D, B, A et C sachant que la liaison mécanique que réalise le roulement (4) sur la vis (1) est une liaison rotule de centre C, ainsi que celle réalisée par le roulement (3) est une liaison linéaire annulaire d'axe (B, Y).

4. Transférer touts les torseurs au point B.

5. Montrer que l'ensemble des deux liaisons en B et C se ramène à une liaison pivot d'axe (B, Y).

6. Isoler la vis, appliquer le PFS et déterminer les inconnus statiques des actions sur les roulements.

EXERCICE 7 :

Le renvoi d'angle proposé figure (I) est composé d'un arbre d'entrée (1) (puissance d'entrée 200 KW à 1500 tr/min), d'un arbre intermédiaire (2),solidaire d'une roue à denture conique (3) (clavetage),et d'un arbre de sortie(5) solidaire d'une roue à denture hélicoïdale(4).

La vitesse de sortie est de 230 tr/min.

$\vec{F}_{1/3}$=$F_A.\vec{X}$ +$F_T.\ \vec{Y}$ +$F_R.\vec{Z}$ = -520.$\vec{X}$ -2200. $\vec{Y}$ -220.$\vec{Z}$ (daN) et ($\vec{E}_{4/2}$=$E_A.\vec{X}$ + $E_T.\ \vec{Y}$ +$E_R.\vec{Z}$ = 310.$\vec{X}$ -4400. $\vec{Y}$ -1140.$\vec{Z}$) Schématisent les actions exercées par les roues (1) et (4) sur l'ensemble (2+3), voir figure (II).

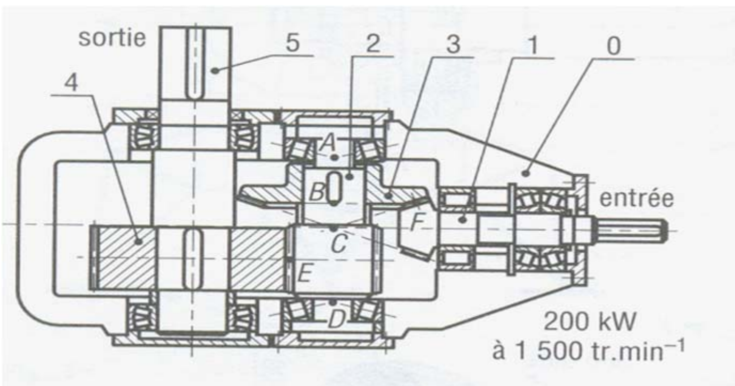


Figure (I)

Dans ce qui suit nous supposons que :

- Tous les poids des pièces sont négligés.
- Toutes les pièces sont rigides et indéformables.
- Les distances dans la figure (II) sont toutes en millimètre.

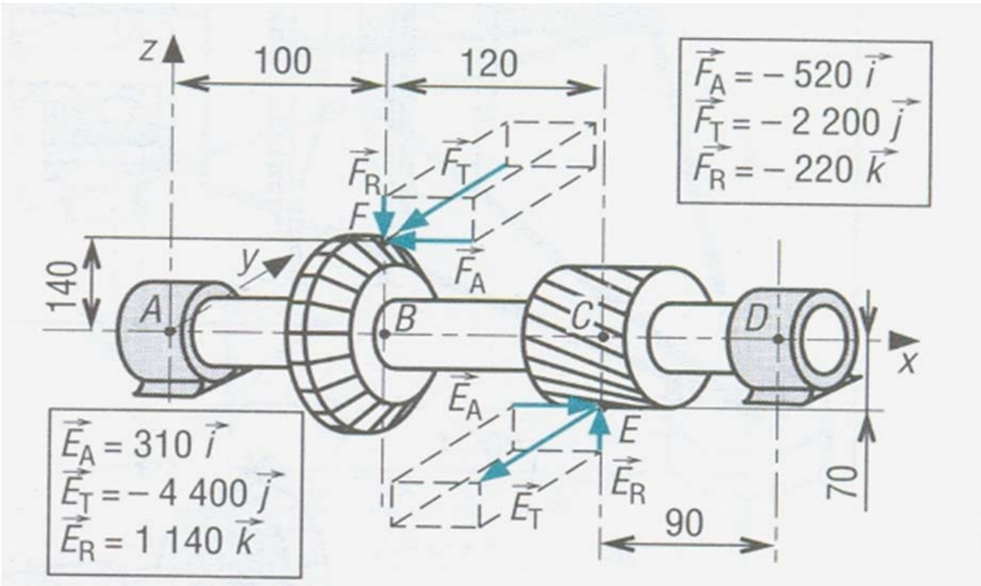


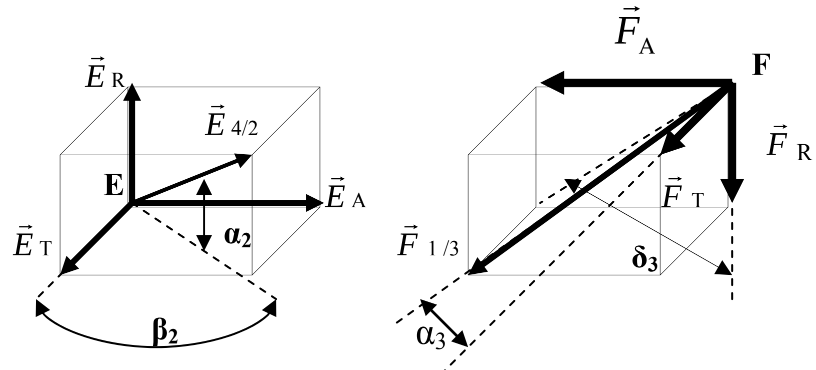
Figure (II)

1. déterminer les deux modules des actions appliquées sur l'ensemble (2+3) $\vec{E}_{4/2}$ et $\vec{F}_{1/3}$.
2. Utiliser la figure (III) pour déterminer :

   a) les caractéristiques angulaire (α_3 : angle de pression et δ_3 :demi-angle au sommet de la roue dentée (3) à engrenage conique).

   b) les caractéristiques angulaire (α_2 : angle de pression et β_2 : angle d'inclinaison de l'hélice de la roue dentée (2) à denture hélicoïdale).

Figure (III)



3. Donner le bilan des actions appliquées sur l'ensemble (2+3).
4. Ecrivez alors les torseurs statiques des actions à leurs points d'application A, F, E et D.
5. Transférer tous les torseurs au point A, sachant que

   $\overrightarrow{AF} = a.\vec{X} + R.\vec{Z}$, $\overrightarrow{AE} = b.\vec{X} - r.\vec{Z}$ et $\overrightarrow{AD} = d.\vec{X}$

6. Isoler l'ensemble (2+3), appliquer le PFS et déterminer les inconnus statiques des deux liaisons rotules de centre A et de centre D.

7. Déterminer le module de $\vec{R}_A$ et le module de $\vec{R}_D$.

EXERCICE 8 (corrigé):

La figure 1 représente la transmission de mouvement de rotation d'un moteur électrique à un récepteur par l'intermédiaire d'un système poulie et courroie.
Ce récepteur est un réducteur formé par un engrenage 3-4 à denture **droite.**

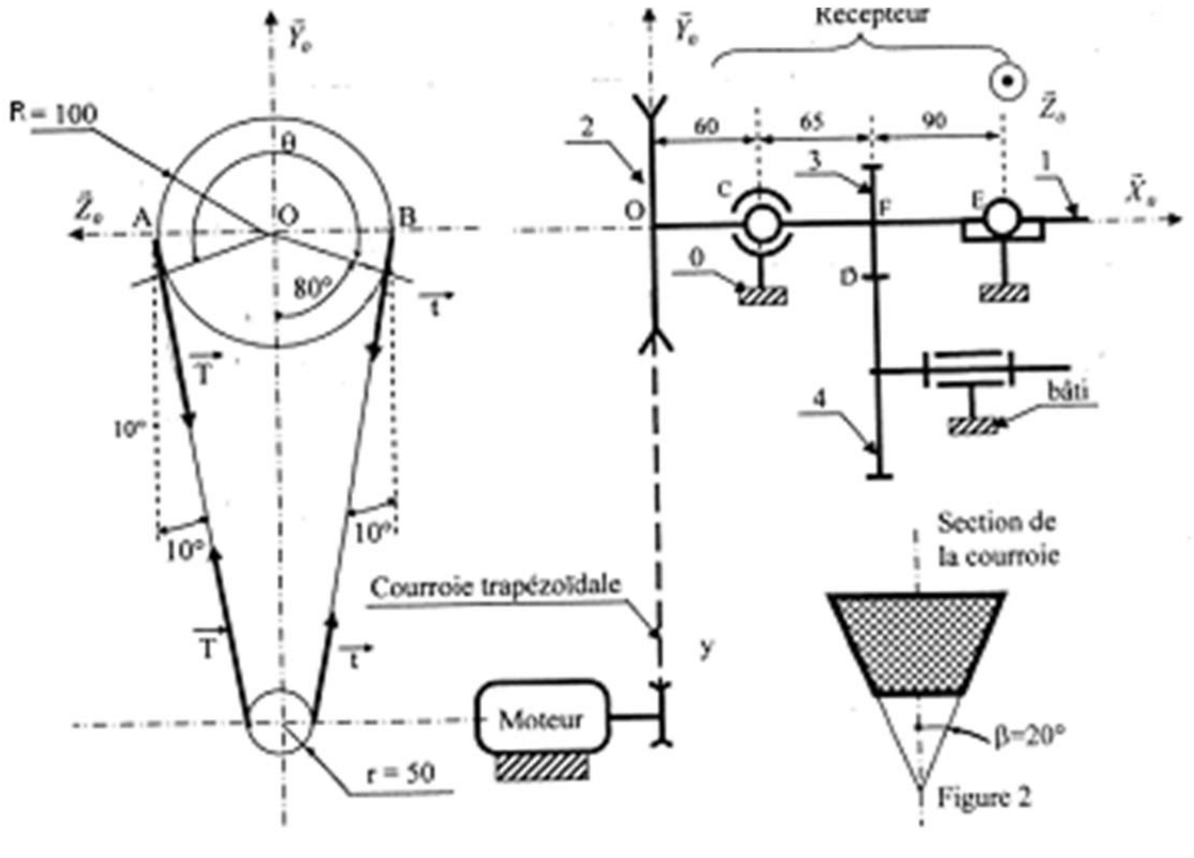


Figure 1

Dans ce qui suit nous supposons que :

- Tous les poids des pièces sont négligés.
- Toutes les pièces sont rigides et indéformables.
- Toutes les liaisons sont parfaites.
- Le rendement mécanique de l'ensemble est $\eta = 1$.

On donne :

- L'action de la roue (4) sur le pignon (3) au point D est :

$$\vec{F}_{4/3} = R_{43}.\vec{Y}_0 + T_{43}\vec{Z}_0 = 90.\vec{Y}_0 + 270.\vec{Z}_0$$

- Rayon de pignon (3) :Rp=36 mm

Remarque : les efforts en newton et les cotes en millimètres

1. Ecrire la tension : $\vec{T}$ sous forme d'un torseur en A $\{\tau(\vec{T})\}_A$

$\vec{t}$ sous forme d'un torseur en A $\{\tau(\vec{t})\}_B$

Ecrire les deux torseurs précédents au centre O : $\{\tau(\vec{T})\}_O$ et $\{\tau(\vec{t})\}_O$

En déduire le torseur résultant $\{\tau(\vec{T}+\vec{t})\}_O$

2. Pour les courroies trapézoïdales la relation entre T et t est donnée par $\frac{T}{t} = e^{\frac{f.\theta}{\sin\beta}}$

Calculer le rapport T/t sachant que :

θ:angle d'enroulement en radium

β : demi angle de la section de la courroie en degré (fig 2)

f=0.15 : coefficient de frottement poulie/courroie.

3. Après avoir isoler l'ensemble (1+2+3) donner le bilan des actions mécaniques qui lui est appliqué.

4. Ecrivez alors les torseurs statiques des actions mécaniques à leurs points d'application O, C, E et D.

5. Transférer tous les torseurs au point C sachant que :

$$\overrightarrow{CD} = a\vec{X}_0 - Rp\vec{Y}_0,\quad \overrightarrow{CE} = b.\vec{X}_0 \ \text{ et } \ \overrightarrow{OC} = c.\vec{X}_0$$

6. Appliquer le PFS, déterminer les inconnus statiques des dux liaisons et leurs tensions $\vec{T}$ et $\vec{t}$.

7. Déterminer les modules de $\vec{R}_E$ et $\vec{R}_C$

EXERCICE 9 :

Un dispositif de levage (voir figure 1) est constitué d'un tambour **(4)** lié à l'arbre **(3)** actionné par un moto – réducteur **(1)**. Lorsque le tambour tourne, le câble **(6)** s'enroule dans une rainure hélicoïdale et la charge s'élève. L'arbre **(3)** est guidé dans les carters **(2)** et **(5)** par deux roulements.

On donne :

- Diamètre du tambour: D 160 mm.
- Charge soulevée $\|\vec{P}\| = 2000\ N$
- Couple moteur $\overrightarrow{C_m} = -150\ \vec{x}(N.m)$

On suppose que les poids des éléments négligés devant la charge.

Le roulement en A, qui assure le positionnement est modélisé par une liaison rotule de centre A. Le roulement en D monté coulissant dans son alésage est modélisé par une liaison linéaire annulaire d'axe $(D, \vec{x})$

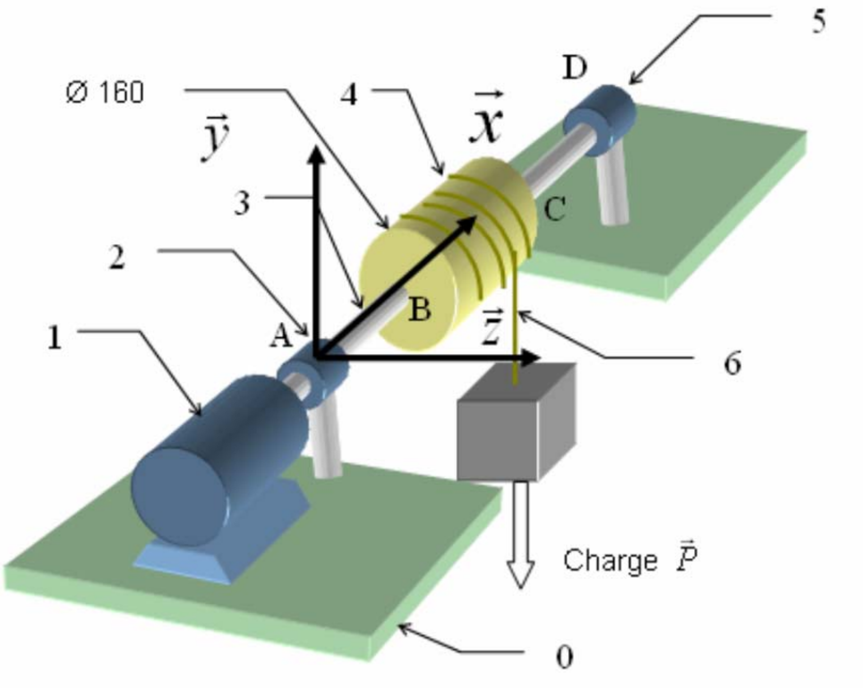


Figure 1

Questions :

1) Etudier l'équilibre du système matériel $S = \{3,4,6\}$ et donner au centre de chaque liaison les composantes dans $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ des torseurs des actions mécaniques de liaison .

2) Transférer au point A ces torseurs , appliquer le PFS et déterminer les inconnues de liaisons

CORRECTION

Exercice 2 :

1)

Point A : Action du bâti sur (1) : liaison de rotule de centre A

Point D : Action de la roue sur le pignon

Point C : Action du bâti sur (1) : liaison linéaire annulaire d'axe $(C, \vec{x})$
Point E : Action du moteur sur (1) : $\vec{C}_m$

Avec :

Au point A: $\{T_{0/1(\text{rotule})}\}_A = \begin{Bmatrix} X_A & 0 \\ Y_A & 0 \\ Z_A & 0 \end{Bmatrix}_{(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$

Au point C : $\{T_{0/1(\text{lin\_ann})}\}_C = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_C & 0 \\ Z_C & 0 \end{Bmatrix}_{(C,\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$

Au point A : $\{T_{\text{moteur}/1}\}_A = \begin{Bmatrix} 0 & C_m \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$

Au point D : $\{T_{\text{Roue/pignon}}\}_D = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ F_R & 0 \\ F_T & 0 \end{Bmatrix}_{(D,\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$

2) système : arbre (1)

PFS appliqué sur l'arbre (1):

$$\sum_i \{\tau_i\}_A = \{0\}$$

$$(\{\tau_{rot}(0/1)\}_A + \{\tau_{lin}(0/1)\}_A + \{\tau_{mot/1}\}_A + \{\tau_{Roue/pignon}\}_A = \{0\}$$

$$* \ \overrightarrow{\mathcal{M}_A}(\overrightarrow{R_c}) = \overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{R_c}$$

$$= \begin{vmatrix} 0 \\ -440\, Z_c \\ 440\, Y_c \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{\mathcal{M}_A}(\overrightarrow{F_D}) = \overrightarrow{AD} \wedge \overrightarrow{F_D}$$

$$= \left| \begin{array}{l} -56F_T \\ -220\,F_T \\ 220\,F_R \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1: X_A = 0 \\ 2: Y_A + Y_C + F_R = 0 \\ 3: Z_A + Z_C + F_T = 0 \\ 4: C_m - 56F_T = 0 \\ 5: -440Z_C - 220F_T = 0 \\ 6: 440Y_C + 220F_R = 0 \end{cases}$$

$(4) \Rightarrow F_T = \dfrac{C_m}{56}$ $\quad AN: F_T = 1000N$

$(5) \Rightarrow Z_c = -\frac{F_T}{2}$ $\quad AN: Z_c =$-500N

$(6) \Rightarrow Y_c = \dfrac{F_R}{2}$ $\quad AN: Y_c = -182N$

$(3) \Rightarrow Z_A = Z_c - F_T$ $\quad AN: Z_A = 500 - 1000 = -500N$

$(2) \Rightarrow Y_A = -F_R - Y_c$ $\quad AN: Y_A = -364 + 182 = -182N$

Exercice 4 :

1)

Système {arbre (1) +poulie (2) + meule (3) }

Bilan : - rotule au point A

- Linéaire annulaire au point C
- Poids de la meule au point 0
- Action de la courroie sur la poulie
- Action de l'outil à affuté sur la meule

$$\{T_{0/1(\text{rot})}\}_A = \begin{Bmatrix} X_A & 0 \\ Y_A & 0 \\ Z_A & 0 \end{Bmatrix}_{(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

$$\{T_{0/1(\text{lin\_an})}\}_C = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_C & 0 \\ Z_C & 0 \end{Bmatrix}_{(C,\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

$$\{T_{(\text{poid})}\}_O = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -p & 0 \end{Bmatrix}_{(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

$$\{T_{\text{courroie}/1}\}_B = \begin{Bmatrix} 0 & (T-t).Rp \\ 0 & 0 \\ -(T+t) & 0 \end{Bmatrix}_{(B,\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

$$\{T_{\text{outil/ meule}}\}_O = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ F_R & 0 \\ F_T & 0 \end{Bmatrix}_{(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

2)

Transfert des moments au point A :

$$\vec{\mathcal{M}}_A(\vec{F_c}) = \vec{\mathcal{M}}_c(\vec{F_c}) + \overrightarrow{AC} \wedge \vec{F_c} = \begin{vmatrix} 240 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ Y_c \\ Z_c \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ -240Z_c \\ 240Y_c \end{vmatrix}$$

$$\vec{\mathcal{M}}_A(\vec{P}) = \vec{\mathcal{M}}_o(\vec{P}) + \overrightarrow{AO} \wedge \vec{P} = \begin{vmatrix} -100 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -P \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ -P \\ 240Y_c \end{vmatrix}$$

$$\vec{\mathcal{M}}_A(\vec{F_B}) = \vec{\mathcal{M}}_B(\vec{F_B}) + \overrightarrow{AB} \wedge \vec{F_B}$$

$$= \begin{vmatrix} (T-t)R_p \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 330 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -(T+t) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} R_p(T-t) \\ 330(T+t) \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\vec{\mathcal{M}}_A(\vec{F_o}) = \vec{\mathcal{M}}_o(\vec{F_o}) + \overrightarrow{AO} \wedge \overrightarrow{F_{Bo}} = \begin{vmatrix} -F_T.R_m \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -100 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ F_R \\ F_T \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -F_T.R_m \\ +100F_T \\ -100F_R \end{vmatrix}$$

$\Rightarrow$ PFS appliqué sur (S) au poit A :

$$\sum_i \{\tau_i\}_A = \{0\}$$

$$\begin{cases}(1)X_A = 0\\(2)Y_A + Y_C + F_R = 0\\(3)Z_A + Z_C + F_T - (T + t) - p = 0\end{cases}\qquad\begin{cases}(4)F_t R_m = R_p(T - t)\\ \ (5) - 240Z_C - 100p + 330(T + t) + 100F_T\\(6)240Y_C = 100F_R\\(7)\ T = 4t\end{cases}$$

$$(7) + (4) \Longrightarrow F_T R_m = 3tR_p \Longrightarrow t = \frac{F_T R_m}{3R_p}\ ; t = 125N; T = 4t \Longrightarrow T = 500N$$

$$(6) \Longrightarrow Y_C = \frac{100}{240}F_R \qquad\qquad AN: Y_C = 6.66N$$

$$(5) \Longrightarrow Z_C = \frac{-100p + 330(T + t) + 100F_T}{240} \qquad\qquad AN: Z_C = 901.04N$$

$$(2) \Longrightarrow Y_A = -F_R - Y_C \qquad\qquad AN: Y_A = -22.66N$$

$$(3) \Longrightarrow Z_A = (T + t) + p - Z_C - F_T \qquad\qquad AN: Z_A = -376N$$

Exercice 8 :

1.

- Torseur des actions extérieures :

$$\left\{\tau(\vec{T})\right\}_A = \left\{\begin{matrix}0 & 0\\ -\ T.\cos10 & 0\\ -\ T.\sin10 & 0\end{matrix}\right\} \quad ; \quad \left\{\tau(\vec{t})\right\}_B = \left\{\begin{matrix}0 & 0\\ -\ t.\cos10 & 0\\ -\ t.\sin10 & 0\end{matrix}\right\}$$

$$\left\{\tau(\vec{T})\right\}_O = \left\{\begin{matrix}0\\ -\ T.\cos10\\ -\ T.\sin10\end{matrix}\ \begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0\\0\\100\end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix}0\\ -\ T.\cos10\\ -\ T.\sin10\end{pmatrix} = \begin{matrix}100.T.\cos10\\0\\0\end{matrix}\right\}$$

$$\left\{\tau(\vec{t})\right\}_O = \left\{\begin{matrix}0\\ -\ t.\cos10\\ -\ t.\sin10\end{matrix}\ \begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0\\0\\-100\end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix}0\\ -\ t.\cos10\\ -\ t.\sin10\end{pmatrix} = \begin{matrix}-100.t.\cos10\\0\\0\end{matrix}\right\}$$

$$\left\{\tau(\vec{T} + \vec{t})\right\}_O = \left\{\begin{matrix}0 & 100.(T - t).\cos10\\ -\ (T + t).\cos10 & 0\\ (t - T).\sin10 & 0\end{matrix}\right\}$$

2. Le rapport $\frac{T}{t} = 4.61$

3. Bilan des actions mécaniques appliquées à l'ensemble (1+2+3)

Au point O : l'action du tension de la courroie

Au point C : action de liaison rotule de centre C

Au point D : action de la roue (4) sur le pignon (3)

Au point E : action de la liaison linéaire annulaire (E, $\vec{X}_o$)

3. Les torseurs statiques des actions mécaniques

$$\{\tau(\vec{T}+\vec{t})\}_O = \begin{Bmatrix} 0 & 100.(T-t).\cos 10 \\ -(T+t).\cos 10 & 0 \\ (t-T).\sin 10 & 0 \end{Bmatrix}$$

$$\{\tau\}_C = \begin{Bmatrix} X_C & 0 \\ Y_C & 0 \\ Z_C & 0 \end{Bmatrix}$$

$$\{\tau\}_E = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_E & 0 \\ Z_E & 0 \end{Bmatrix}$$

$$\{\tau\}_D = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 90 & 0 \\ 270 & 0 \end{Bmatrix}$$

5. Transfert des torseurs au point C

$$\{\tau(\vec{t})\}_O = \left\{ \begin{matrix} 0 \\ -(T+t).\cos 10 \\ (t-T).\sin 10 \end{matrix} \quad \begin{pmatrix} 100.(T-t).\cos 10 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 60 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -(t+T).\cos 10 \\ (t-T).\sin 10 \end{pmatrix} = \begin{matrix} (t-T).\sin 10 \\ 60.(t-T).\sin 10 \\ 60.-(t+T).\cos 10 \end{matrix} \right\}$$

$$\{\tau\}_{E\to C} = \left\{ \begin{matrix} 0 \\ Y_E \\ Z_E \end{matrix} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 155 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ Y_E \\ Z_E \end{pmatrix} = \begin{matrix} 0 \\ -155.Z_E \\ 155.Y_E \end{matrix} \right\}$$

$$\{\tau\}_{D\to C} = \left\{ \begin{matrix} 0 & \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ 90 & \\ 270 & \end{matrix} + \begin{pmatrix} 65 \\ -36 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 90 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{matrix} -9720 \\ -17550 \\ 5850 \end{matrix} \right\}$$

6. PFS.

$$\begin{cases} Xc = 0 & (1) \\ -\cos10.(T+t) + Y_C + Y_E + 90 = 0 & (2) \\ \sin10.(t-T) + Z_C + Z_E + 270 = 0 & (3) \\ 100.\cos10.(T-t) - 9720 = 0 & (4) \\ 60.\cos10(t-T) - 155.Z_E - 17550 = 0 & (5) \\ 60.\cos10.(T+t) + 155Y_E + 5850 = 0 & (6) \end{cases}$$

$4 \Rightarrow$ t=27.34 N et T = 126 N

$6 \Rightarrow Y_E = -96.19$

$2 \Rightarrow Y_E = 156.8$

$5 \Rightarrow Z_E = -119$

$3 \Rightarrow Z_C = -156$