TP N 4 : Moment d'Inertie

(Licence N1 /Durée 3H)

Objectifs :

- Se familiariser avec l'appareil d'étude de moment d'inertie
- Déterminer le moment d'inertie (expérimentale et théorique) d'un solide par rapport à son axe de révolution.

Conditions de réalisation :

- Règle
- Calculatrice
- Polycopiés fascicule

Connaissances acquises :

- Connaissances de base en géométrie de masse (moment d'inertie, masse, théorème de hygiènes, centre de gravité..)
- Techniques de mesures

Evaluation :

- Motivation, travail réalisé 50 %.
- Entretien et compte rendu 50%.

Dossier de référence

1-Introduction:

On se propose de déterminer expérimentalement le moment d'inertie de trois volants (petit, moyen et grand) par rapport à leur axe à l'aide de deux méthodes pratiques.

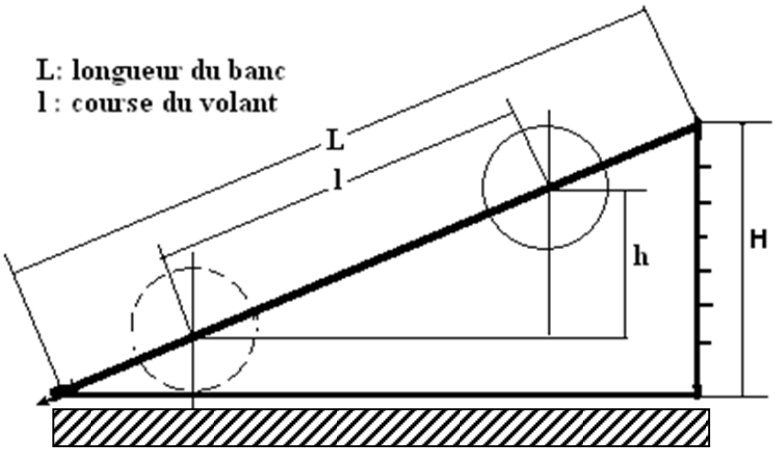
Le premier est l'étude de roulement sans glissement d'un volant sur un plan incliné et la deuxième est l'étude des oscillations de faibles amplitudes d'un pendule composé.

Le moment d'inertie d'un cylindre de masse **M** et de rayon **R** autour de son axe est :

$$\boxed{\mathbf{I} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\,\mathbf{M}\,\mathbf{R}^{\mathbf{2}} \quad (\mathbf{1})}$$

2-Mouvement d'un volant sur un plan incliné :

☒ Schématisation de banc:



☒ L'expression du moment d'Inertie d'un volant roulant sur un plan incliné est la suivante :

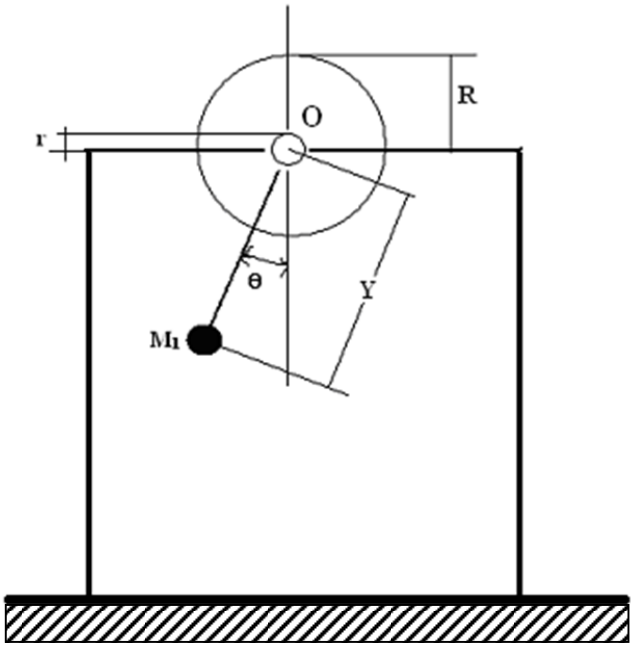
$$\boxed{\mathbf{I = Mr^2\left(\frac{ght^2}{2l^2} - 1\right)} \quad \mathbf{(2)}}$$

Avec :

- ✓ ***M*** **:** Masse du volant (voir caractéristiques en annexe).
- ✓ ***r*** **:** Rayon de l'axe.
- ✓ **g :** Accélération de la pesanteur (9,81m/s²).
- ✓ **l :** Longueur de la course.
- ✓ **h :** Dénivellation sur la course.
- ✓ ***t*** **:** Temps pour parcourir la course.

2-Détermination du moment d'inertie d'un volant par la méthode du pendule composé :

☒ Schématisation de pendule composé:



☒ On écrit la relation fondamentale de la dynamique pour le pendule en rotation autour du point P.

$$-M_1\, g\, y \sin\theta = I_P\, \ddot{\theta} \quad (3)$$

θ étant faible ⇒ $\sin\theta \approx \theta \quad (4)$

(3) et (4) donnent : $\ddot{\theta} + \frac{M_1\, g\, y\, \theta}{I_P} = 0 \quad (5)$

Avec : I_P : Moment d'inertie du pendule Autour du point P.

☒ Le mouvement est sinusoïdal de période : $T = 2\pi\sqrt{\frac{I_P}{M_1\, g\, y}} \quad (6)$

$$(6) \Rightarrow I_P = \frac{T^2}{4\pi^2} M_1 g\, y \; (7)$$

☒ D'après le théorème de **Huyghens :**

$$I_P = I + M\, r^2 + M_1 (y - r)^2 \quad (8)$$

(7) & (8) ⇒ l'expression du moment d'inertie d'un volant par la méthode du pendule composé est :

$$\boxed{I = \left(\frac{T^2}{4\pi^2}\right) M_1 g\, y - M r^2 - M_1 (y - r)^2 \quad (9)}$$

Avec :

- ✓ M_1 **:** Masse suspendue = 125 g.
- ✓ **g** **:** Accélération de la pesanteur = 9,81 m/s^2.
- ✓ **M** **:** Masse du volant (voir caractéristiques en annexe)
- ✓ **r** **:** Rayon de l'axe.
- ✓ **y** **:** A mesuré pour les trois volants (voir dessin du pendule)
- ✓ **T** **:** Période d'oscillation du pendule mesurée expérimentalement.

Dossier pédagogique

1-Mode opératoire:

☒ **Plan incliné :**

- Pour différentes valeurs de H, mesurer le temps t nécessaire à chaque volant pour parcourir une distance $\mathbf{l = 1m}$ sur le plan incliné.
- Remplir le tableau de l'annexe.

☒ **Pendule composé :**

- Visser la tige filetée de la masse **M1** à l'axe du volant, afin de former un pendule.
- Poser le volant sur le support à couteaux.
- Donner une faible déviation (10° à 15°) au système et laisser osciller librement.
- Mesurer le temps correspondant à 10 oscillations.

2-Travail demandé :

1. Calculer le moment d'inertie théorique des trois volants d'après la formule (1).
2. Déduire le moment d'inertie des trois volants à partir de la méthode du plan incliné (après avoir trouvé la relation entre **h** et **H)**.
3. Déduire le moment d'inertie des trois volants à partir de la méthode du pendule composé.
4. Conclure.

Annexe

Caractéristiques des volants: (A prélever sur le banc)

	Masses (Kg)			Dimensions (mm)			
Volants	Disque	Axe	Manchon	Rayon R du disque	Epaisseur e du disque	Rayon r de l'axe	Longueur L_A de l'axe
Petit							
Moyen							
Grand							

A1) Plan incliné :

	Temps (t) pour parcourir $(l = 1m)$			
Graduation	**2**	**3**	**4**	**5**
H (cm) Volants	**5**	**7,5**	**10**	**12,5**
Petit				
Moyen				
Grand				

Calcul de h :

Longueur L du banc (mm) : ----------

Relation entre h et H : ----------

H (cm)	5	7,5	10	12,5
h (cm)				

A2) Pendule composé :

Volants	Temps (t) pour 10 Oscillations	Période (T)
Petit		
Moyen		
Grand		