Chapitre VII :

Principe de superposition.

Objectifs	Appliquer le principe de superposition pour décomposer les sollicitations complexes en sollicitations simples. Résoudre des cas simples de problèmes hyperstatiques.
Pré-requis	Les sollicitations simples.
Eléments de contenu	Principe de superposition.

I. Introduction :

Les sollicitations vues dans les cours précédent sont rarement présentes seules. Une méthode pour résoudre des problèmes complexes de façon simple est de se ramener aux problèmes simples que l'on sait résoudre. On utilise ensuite la linéarité des équations de la RDM pour obtenir le résultat du problème complexe par sommation des résultats des problèmes simplifiés.

II. Principe de superposition :

II.1. Enoncé:

« L'effet produit par plusieurs actions mécaniques est égal à la somme des effets produits par ces actions mécaniques prises séparément »

On entend par « effet des actions mécaniques », l'état de contrainte généré par ces actions ainsi que les déformations associées.
L'application du principe de superposition énoncé précédemment permet d'écrire : « Si une poutre est soumise à plusieurs sollicitations simples, l'état de contrainte et de déformation est la somme des états de contrainte et de déformation dus à chacune de ces sollicitations simples prise séparément »

II.2. Limites du théorème de superposition:

- la limite élastique ne doit pas être atteinte,
- la somme des actions extérieures des différents problèmes de sollicitations simples doit être égale à celle du problème complexe.

III. Application du principe de superposition au dimensionnement d'un poutre soumise a une sollicitation composée : problème de flexion/traction.

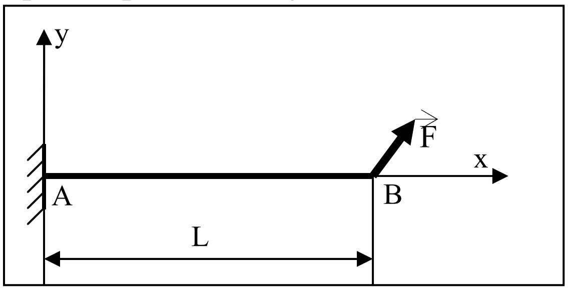


Figure 7.1.a : problème de flexion/traction.

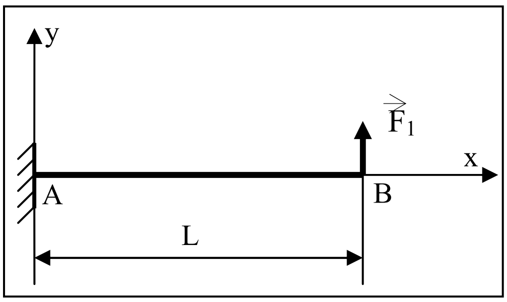


Figure 7.1.b : problème de flexion simple

+

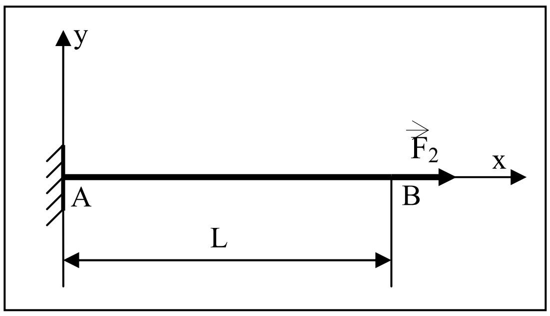


Figure 7.1.c : problème de traction simple.

On vérifie que : $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

Théorème de superposition pour les contraintes normales est : $\sigma(x)=\sigma_1(x)+\sigma_2(x)$

Soit pour l'exemple : $\sigma(x)=(L-x)F_1\dfrac{y}{I_{Gz}}+\dfrac{F_2}{s}$

Condition de résistance :

Elle consiste à limiter la valeur de la contrainte normale maximale (en valeur absolue) régnant dans la poutre étudiée par la résistance pratique R_p :

$$\left|\sigma_{\max}\right|=\sup(\left|\sigma_1\right|,\left|\sigma_2\right|)\leq R_p$$

IV. Application du principe de superposition a la résolution d'un problème hyperstatique :

IV.1. Isostatisme - Hyperstatisme :

- Un problème de RdM est dit isostatique si l'écriture de l'équilibre de la structure permet de déterminer les actions de liaisons. Le nombre d'inconnues de liaison est donc égal au nombre d'équations disponibles par écriture du principe fondamental de la statique.
- Un système est hyperstatique lorsque les équations issues de l'application du principe fondamental de la statique ne permettent pas de calculer toutes les inconnues d'efforts des liaisons.

IV.2. Utilisation du principe de superposition :

Prenons l'exemple d'une poutre sur deux appuis soumise à une charge concentrée en son milieu et à une charge répartie q sur toute sa longueur. L'étude de cette poutre se ramène à l'addition, ou la superposition, des deux systèmes isostatiques 1 et 2 .

Décomposition du problème hyperstatique

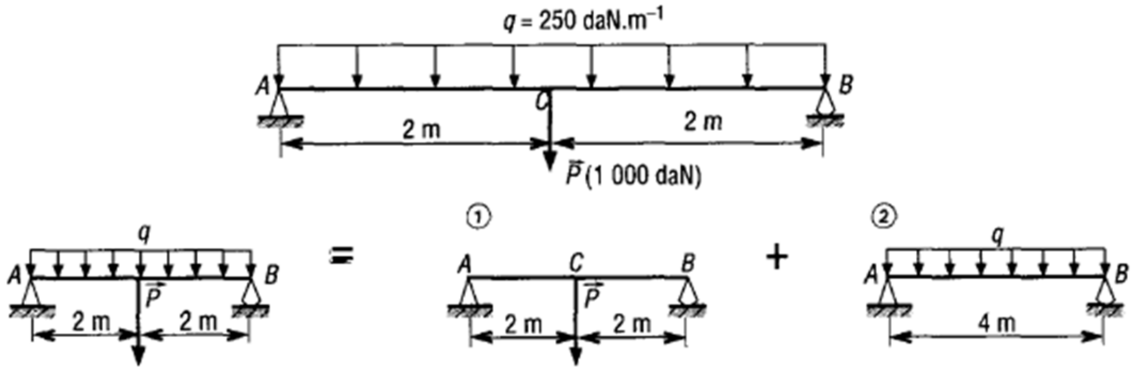
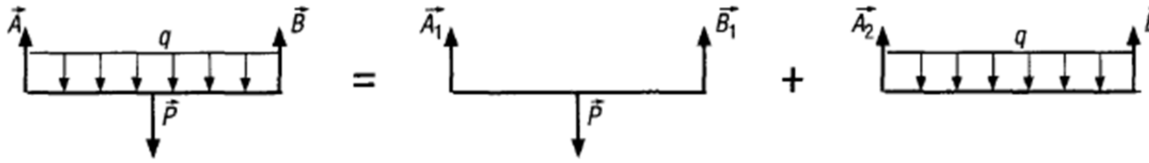


Figure 7.2: Décomposition d'un problème hyperstatique.

<u>Actions exercées par les appuis :</u>



$$\boxed{\begin{array}{l}\vec{A} = \vec{A_1} + \vec{A_2} \\ \vec{B} = \vec{B_1} + \vec{B_2}\end{array}} \Rightarrow \begin{array}{l} A = A_1 + A_2 = P/2 + qL/2 = 500 + 500 = 1\,000 \text{ daN} \\ B = B_1 + B_2 = P/2 + qL/2 = 1\,000 \text{ daN}\end{array}$$

Les contraintes s'ajoutent algébriquement ; les contraintes de compressions se retranchent des contraintes de traction, etc.
Les déformations et les autres grandeurs (T, M,, etc.) s'ajoutent algébriquement en tout point :

$$\sigma(x) = \sigma_1(x) + \sigma_2(x)$$
$$y(x) = y_1(x) + y_2(x)$$

La flèche est maximale en c : $f_c = f_{1c} + f_{2c}$