Chapitre VIII :

Sollicitations composées.

Objectifs	Répartition des contraintes dans la section d'une poutre soumise à une sollicitation composée. Vérifier la condition de résistance d'une poutre soumise à une sollicitation composée. Dimensionner une poutre soumise à une sollicitation composée.
Pré-requis	Les sollicitations simples.
Eléments de contenu	Flexion - torsion Traction - torsion. Flexion - traction.

I. Introduction :

Pour simplifier l'étude des effets des sollicitations, nous avons jusqu'ici considéré les différentes sollicitations séparément. Dans la pratique, cependant, on rencontre rarement des cas où les sollicitations sont simples, mais plutôt différents types de leurs combinaisons. Sous les hypothèses de la RDM, ces combinaisons peuvent être analysées en utilisant le principe de superposition des efforts.

II. Flexion - Torsion :

II.1. Définition :

Un arbre est soumis à une sollicitation de flexion-torsion si le torseur associé aux efforts de cohésion peut se réduire en G, barycentre de la section droite S, à un moment de torsion et à un moment de flexion (figure 8.1).

$$\{\tau_{coh}\}_G = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \vec{M}_{fz} + \vec{M}_t \end{Bmatrix}_G = \begin{Bmatrix} 0 & M_t \\ 0 & 0 \\ 0 & M_{fz} \end{Bmatrix}_G$$

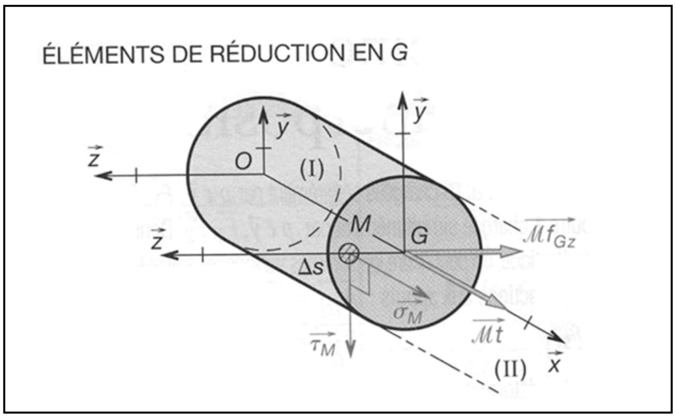

Figure 8.1 : sollicitaion en Flexion-Torsion

II.2. Moment idéal de flexion :

Les contraintes normales et tangentielles agissent simultanément et il y a une majoration de chacune d'elle. On calcule la contrainte normale à partir du moment idéal de flexion défini par la formule suivante

$$Mf_i = \left(1 - \frac{1}{2\lambda}\right) Mf + \frac{1}{2\lambda}\sqrt{Mf^2 + Mt^2}$$

Mfi : Moment idéal de flexion [N.mm]
Mf : Moment de flexion [N.mm]
Mt : Moment de torsion [N.mm]
λ =Rpg/Rpe ; pour les aciers λ=0.5 , pour les fontes λ=1

II.3. Condition de résistance :

La condition de résistance d'un arbre sollicité à la flexion-torsion s'écrit : $|\sigma_M|_{\max} \le R_{pe}$
$\boldsymbol{\sigma_M}$ est déterminée à partir du moment idéal de flexion, donc :

$$|\sigma_M|_{\max} = \frac{Mf_i}{I_{Gz}} |y|_{\max} \le R_{pe}$$

II.4. Déformation :

- Pour le calcul des flèches verticales, partir de la sollicitation de flexion supposée seule, et vérifier ensuite que cette flèche est acceptable :

$$|f|_{\max} \leq f_{\lim}$$

- Pour le calcul des angles de torsion, partir de la sollicitation de torsion supposée seule, et vérifier ensuite que cet angle est acceptable :

$$\theta_{\max} \leq \theta_{\lim}$$

III. *Traction - torsion* :

III.1. Définition :

Un solide est soumis à une traction-torsion si le torseur associé aux efforts de cohésion peut se réduire en G, barycentre de la section droite S, à un moment de torsion et à un effort normal :

$$\{\tau_{coh}\}_G = \begin{Bmatrix} \vec{N} \\ \vec{M}_t \end{Bmatrix}_G = \begin{Bmatrix} N & M_t \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_G$$

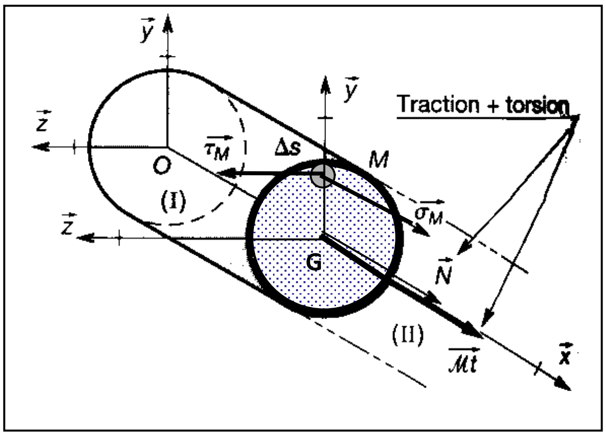

Figure 8.2 : sollicitation en Traction - torsion

III.2. Contrainte idéale :

Toute fibre supporte deux contraintes de nature différente, une contrainte normale et une contrainte tangentielle. On définit la contrainte idéale :

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma^2 + 4 \cdot \tau^2} \; où \; \sigma = \frac{N}{S} \; et \; \tau = \frac{Mt}{I_0} R$$

III.3. Condition de résistance

La condition de résistance pour ce type de sollicitations s'écrit : $\sqrt{\sigma^2 + 4 \cdot \tau^2} \leq \frac{\sigma_e}{s}$

IV. Torsion – cisaillement :

IV.1. Définition :

Un solide est soumis à une torsion-cisaillement si le torseur associé aux efforts de cohésion peut se réduire en G, barycentre de la section droite S, à un moment de torsion et à un effort tranchant :

$$\{\tau_{coh}\}_G = \begin{Bmatrix} \vec{T} \\ \vec{M}_t \end{Bmatrix}_G$$

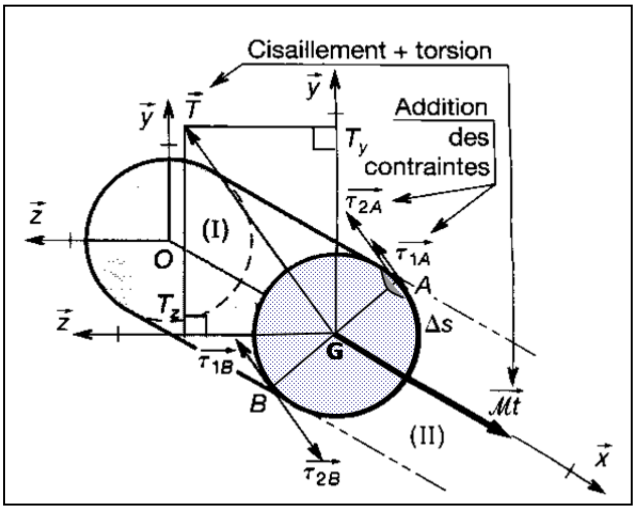

Figure 8.3 : sollicitation en Torsion – cisaillement

IV.2. Calcul de contraintes et Condition de résistance :

Les contraintes sont de même nature. En A, elles s'ajoutent : $\tau_{total\ A} = \tau_{1A} + \tau_{2A}$

La condition de résistance s'écrit : $\tau_{total\ A} = \tau_{1A} + \tau_{2A} \leq R_{pg}$

Avec : $\tau_{1A} = \frac{T}{S}$ et $\tau_{2A} = \frac{M_t}{I_0} \cdot R$

R_{pg} :Résistance pratique au glissement.

V. Flexion et traction :

Un solide est soumis à une sollicitation de flexion-traction (compression) si le torseur associé aux efforts de cohésion peut se réduire en G, barycentre de la section droite S, à un moment de flexion et à un effort normal.

Toute fibre supporte deux contraintes normales. On définit alors une contrainte résultante comme étant la somme vectorielle de la contrainte de traction et de celle de flexion :

$$\sigma_{résuk\tan te} = \sigma_{traction} + \sigma_{fklexion}$$

Avec :

$$\sigma_{traction} = \frac{N}{S} \quad \text{et} \quad \sigma_{flex} = \frac{Mf}{I_G}.\rho$$

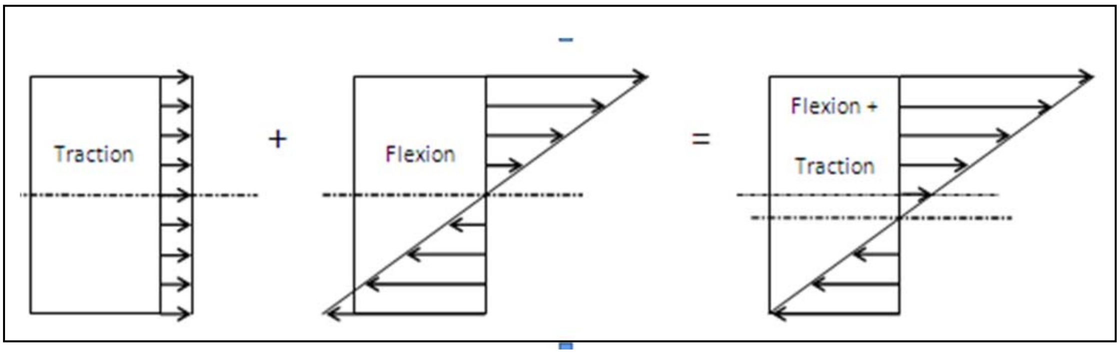

Figure 8.4 : contrainte normales résultantes pour une sollicitation en flexion et traction

<u>Condition de résistance :</u>

$$\left|\sigma_{résultante}\right| \leq R_{pe}$$