

TP N 4 : Flambement des poutres

(Licence N1 /Durée 3H)

Objectifs :

- Se familiariser avec l'appareil d'étude du flambement des poutres (les pièces constitutives, mode d'emploi ...)
- Bien maîtriser les étapes qui mènent à l'élaboration des différents essais
- Savoir exploiter les connaissances théoriques acquises

Conditions de réalisation :

- Appareil d'étude du flambement des poutres
- Cinq éprouvettes en aluminium de différentes longueurs
- Vis de blocage
- Clé à six-pen

Connaissances acquises :

- Connaissances de base en RDM (sollicitations simples + flambement des poutres)
- Techniques de mesures

Evaluation :

- Motivation, travail réalisé 50 %.
- Entretien et compte rendu 50%.

Dossier Technique

1- Introduction :

Ce fascicule de TP est un aide au montage et à la réalisation des expériences caractérisant le flambement des poutres. Il permet de démontrer les principes théoriques étudiés à partir d'une étude expérimentale.

2-Description du matériel :

L'appareil d'étude du flambement de poutres est illustré sur la figure ci-dessous (figure1). L'appareil est constitué principalement d'un **capteur de force** branché sur la partie basse du banc, d'un **système de mise en charge** sur la partie haute et d'un **afficheur digital de force** permettant d'indiquer la valeur de la charge supportée par la poutre. Cinq poutres d'essais sont placées sur un support maintenu au système.

3-Montage de l'équipement :

L'appareil d'étude du flambement de poutres se monte dans un châssis (**voir figure 2**).

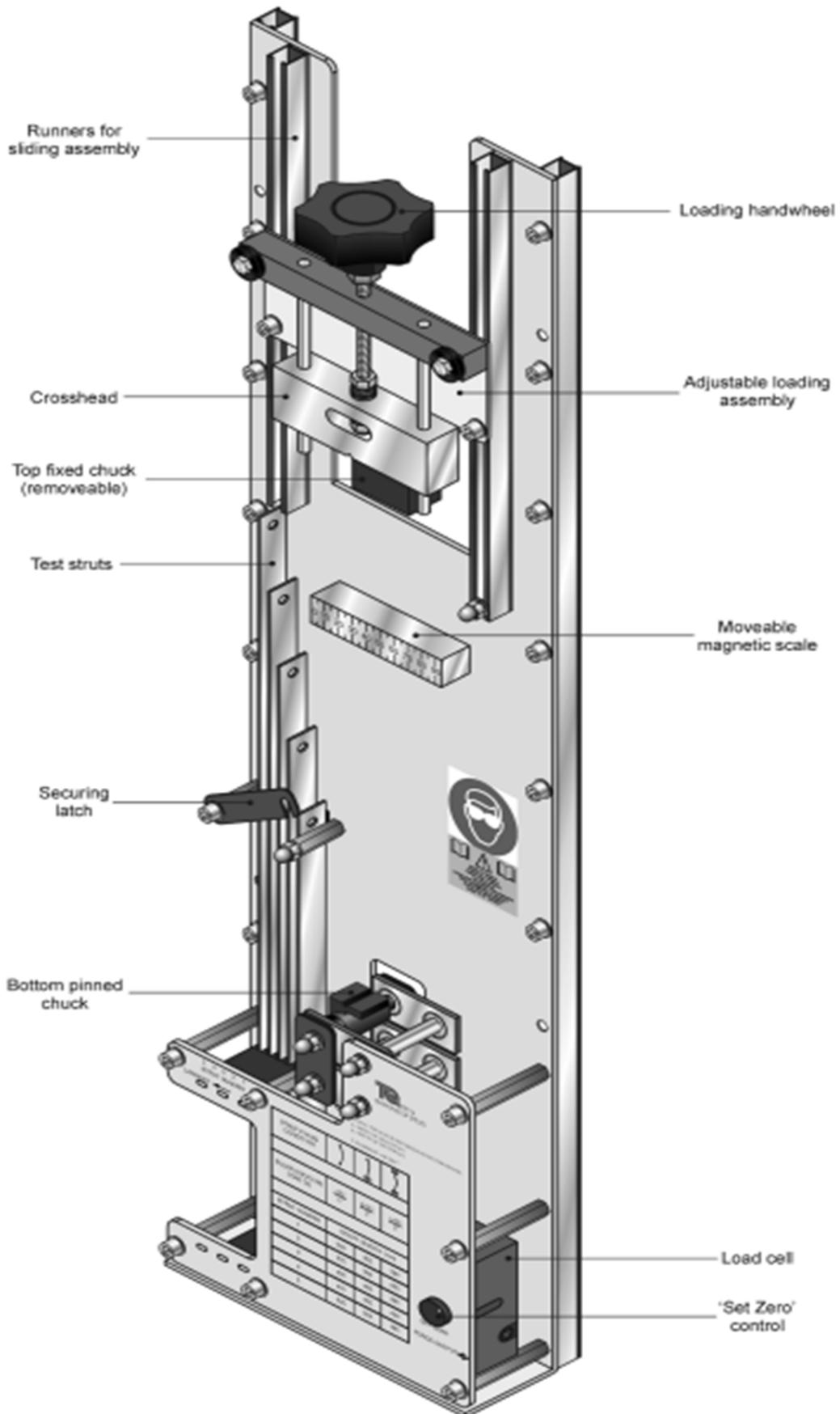
Avant de monter et d'utiliser cet équipement, il faut toujours vérifier les points suivants :

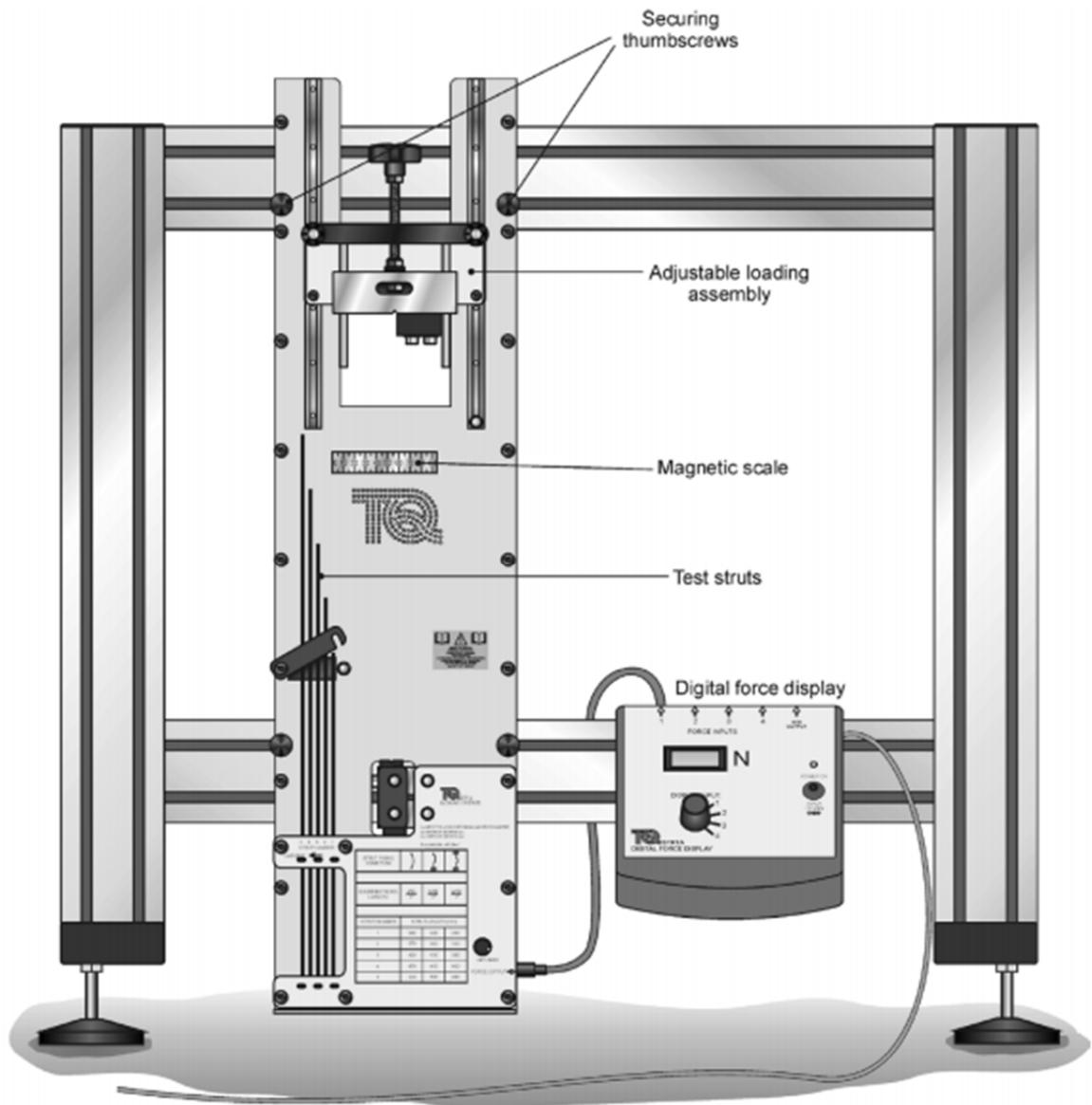
- Inspecter visuellement toutes les parties (en incluant les câbles électriques) afin de déceler d'éventuels dommages ou dégradations dues à l'usure. Les remplacer si nécessaire.
- Vérifier que les raccordements électriques sont correctement câblés.
- L'entretien électrique doit impérativement être réalisé par une personne compétente.
- Vérifier que tous les composants sont correctement fixés et que les éléments de fixation sont suffisamment serrés.
- Positionner le châssis de manière stable.
- Vérifier que celui ci est monté sur un plan de travail stable, rigide, plan et facilement accessible.
- Ne jamais appliquer de charges excessives sur tout ou partie de l'équipement.
- Les instructions suivantes sont déjà mis en place, l'étudiant passe directement à la troisième étape : Manipulation et résultats expérimentaux :
- Placer et assembler le châssis (se référer au manuel fourni avec le châssis) sur un plan

de travail. Faire attention à ce que le « cadre » du châssis soit facilement accessible.

- ☒ Sur le châssis sont placés des écrous de positionnement sur le rail bas de la barre horizontale supérieure et sur le rail haut de la barre horizontale inférieure du châssis. Faites les glisser jusqu'à obtenir approximativement la position de la figure 2.
- ☒ Positionnez l'appareil STR12 verticalement en contact avec le châssis pendant qu'un assistant fixe celui-ci à l'aide des rondelles et des vis moletées fournies.
- ☒ Vérifiez que l'afficheur digital d'effort est en position « On ». Connecter le câble mini DFX sur l'entrée « Force Input1 » de l'afficheur à la prise marquée « Force Output » sur la partie inférieure droite de l'appareil.
- ☒ Faire le zéro à l'aide du bouton situé en bas, à droite de l'appareil. Appuyez délicatement avec le doigt sur la partie haute du mécanisme raccordé au capteur de force et relâchez. Refaire le zéro si nécessaire. Répétez la manipulation pour vous assurer que la mesure revient à zéro.

Note : Si la mesure affiche seulement ± 0.1 N, tapoté légèrement sur le châssis (il peut y avoir une légère tension et cela devrait l'éliminer).





Dossier de référence

1-INTRODUCTION :

On trouve cette type sollicitation dans de nombreux exemples de structures (systèmes de charpentes, poutre de treillis ou bien poutre seule etc.)

A la différence d'un élément sollicité en traction qui rompt lorsque la contrainte de rupture est dépassée, un élément sollicité en compression peut rompre de deux manières différentes. La première est due à la rupture par dépassement de la contrainte de rupture en compression du matériau et la seconde est due à un mode de rupture élastique appelé flambement.

Lorsque le flambement apparaît la poutre ne supporte plus aucune charge, elle continue simplement à fléchir. C'est à dire que sa rigidité devient nulle et elle ne sert plus donc comme élément de structure.

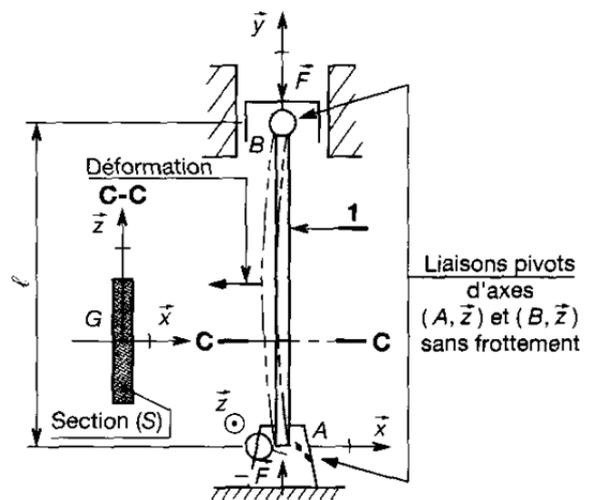
2-Définition

La poutre 1 rectiligne de longueur l est soumise à deux efforts axiaux \vec{F} directement opposés qui augmentent progressivement. Voir figure ci contre.

✓ Si $F < F_c$ (F_c : charge critique) : **stabilité**. La poutre

reste sensiblement rectiligne, elle se raccourcit de Δl .

✓ Si $F > F_c$: **instabilité**. La poutre fléchit brusquement jusqu'à la rupture, c'est **du flambage**.



Remarque : La flexion se produit selon la direction perpendiculaire à l'axe de la section (S) qui donne le moment quadratique le plus faible.

3-Élancement

La compression est remplacée par du flambage si la poutre est longue et ses dimensions transversales sont faibles. Cette proportion est caractérisée par :

$$\lambda = \frac{L}{\rho}$$

λ : élancement d'une poutre (sans unité).

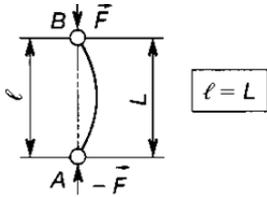
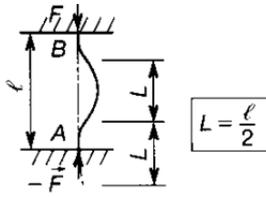
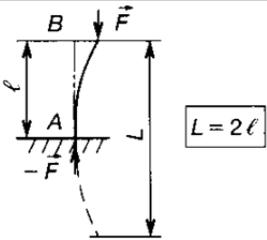
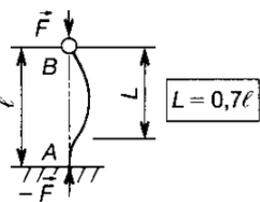
L : longueur libre de flambage (mm).

ρ : rayon de giration de la section (mm), défini par :

$$\rho = \sqrt{\frac{I_{Gz}}{S}}$$

I_{Gz} : moment quadratique minimal de la section suivant l'axe principal perpendiculaire à la direction de la déformation (mm⁴).

Remarque : l est la longueur de la poutre, la longueur libre de flambage L , en fonction du type d'appui. Elle est donnée par le tableau ci-dessous.

Longueurs libres de flambage			
Types de liaisons	Valeurs de L	Types de liaisons	Valeurs de L
① En A et B : liaisons pivots.	 $\ell = L$	③ En A et B : liaisons encastrement.	 $L = \frac{\ell}{2}$
② En A : liaison encastrement. En B : extrémité libre.	 $L = 2\ell$	④ En A : liaison encastrement. En B : liaison pivot.	 $L = 0,7\ell$

4-Charge critique

En cas de flambage, la charge critique d'Euler F_c est :

E : module d'Young du matériau (MPa).

I_{Gz} : moment quadratique de la section (mm⁴).

L : longueur libre de flambage de la poutre (mm).

$$F_c = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{Gz}}{L^2} \quad (1)$$

5-Contrainte critique

La longueur libre de flambage L sera prise d'après le tableau précédent, cherchons la charge critique F_c en fonction de l'élanement de la poutre λ .

$$\text{On a } \begin{cases} \lambda^2 = \frac{L^2}{\rho^2} \\ \rho^2 = \frac{I_{Gz}}{S} \end{cases} \Rightarrow \lambda^2 = \frac{L^2}{I_{Gz}} \cdot S \Rightarrow \frac{I_{Gz}}{L^2} = \frac{S}{\lambda^2} \text{ l'équation (1) donne } F_c = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot S}{\lambda^2}$$

On appelle contrainte critique σ_c le rapport entre la charge critique F_c et l'aire de la section

$$\text{droite } S \text{ de la poutre: } \sigma_c = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2}$$

6-Elancement critique λ_c

On pose la contrainte critique $\sigma_c = R_e$ pour ne quitter pas le domaine élastique. On aura alors :

$$R_e = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda_c^2} \text{ avec } \lambda = \lambda_c \Rightarrow \lambda_c^2 = \frac{\pi^2 \cdot E}{R_e}$$

λ_c : élanement critique (λ_c ne dépend que de la nature du matériau).

E : module d'élasticité longitudinal (MPa).

R_e : résistance élastique du matériau (MPa).

7-Coefficient de sécurité k

Le coefficient de sécurité k , spécifique au flambage, est le double du coefficient de sécurité habituel s (s dépend du type de construction, des conditions de calcul et d'utilisation).

$$k = 2s \quad s = \frac{R_{ec}}{R_{pc}} \quad k = \frac{2R_{ec}}{R_{pc}}$$

R_{ec} : résistance élastique à la compression (MPa).

R_{pc} : résistance pratique à la compression (MPa).

8-Condition de résistance

La charge critique d'Euler F_c ne doit jamais être atteinte. Il faut donc chercher une charge admissible F_{adm} sur la poutre pour qu'elle reste **stable** en toute sécurité ($F_{adm} < F_c$).

Pour la stabilité de la poutre en toute sécurité on pose $k = \frac{F_c}{F_{adm}} \Rightarrow F_{adm} = \frac{R_{pc}}{2 \cdot R_e} \cdot F_c$

On a $F_c = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot S}{\lambda^2}$ donc $F_{adm} = \frac{R_{pc}}{2 \cdot R_e} \cdot \frac{\pi^2 \cdot E \cdot S}{\lambda^2}$ or $\lambda_c^2 = \frac{\pi^2 \cdot E}{\text{Avec :}}$ $\Rightarrow F_{adm} = \frac{R_{pc} \cdot \lambda_c^2 \cdot S}{2 \cdot \lambda^2}$

Donc $F_{adm} = \frac{R_{pc} \cdot S}{2 \cdot \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}$ $\lambda_c \approx 100$: poutres en acier (profilés).
 $\lambda_c \approx 70$: poutres en bois ou en aluminium.

9-Critère de résistance

Selon la valeur de λ , la charge limite F est donnée par l'une des trois relations (poutre, acier).

Poutres courtes $\lambda < 20$	Poutres moyennes $20 < \lambda < 100$	Poutres élancées $\lambda > 100$
Compression simple $F_{adm} = R_{pc} \cdot S$	Formule expérimentale de Rankine $F_{adm} = \frac{R_{pc} \cdot S}{1 + \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}$	Formule d'Euler $F_{adm} = \frac{R_{pc} \cdot S}{2 \cdot \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}$

Dossier pédagogique

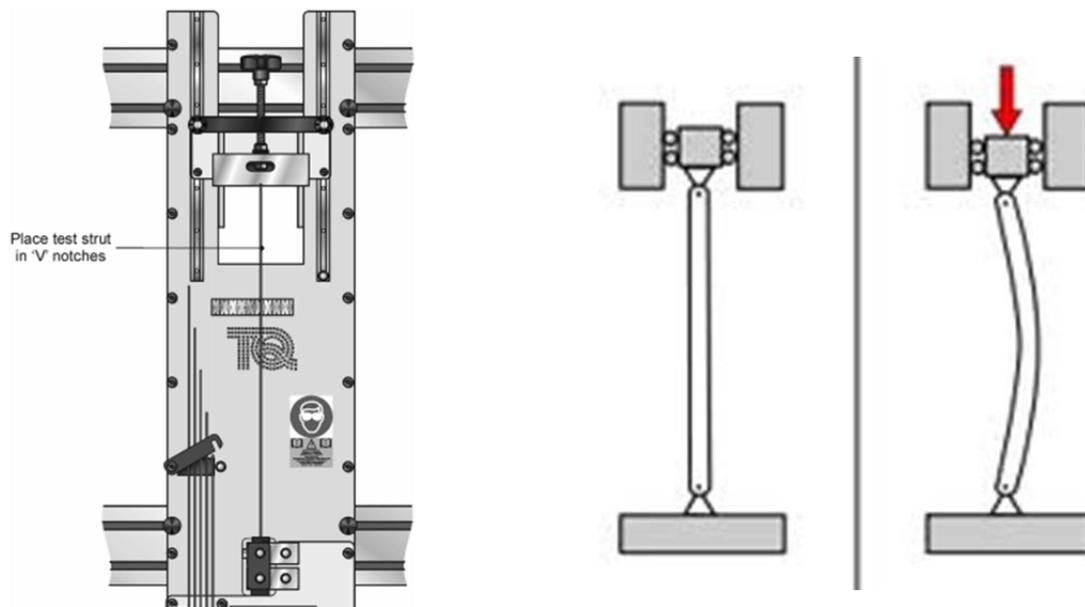
EXPERIENCE 1 : CHARGE DE FLAMBEMENT D'UNE POUTRE BI ARTICULEE

1-But

Le but de cette expérience est d'étudier la variation de la charge de flambement d'une poutre bi articulée (liaisons pivots) en fonction de la longueur et de comparer les résultats trouvés avec des résultats théoriques déduites de la formule d'Euler

2-Principe :

Dans cette manipulation, la poutre est placée dans deux encoches en « V » (figure 3) et elle sera chargée par la suite jusqu'à ce qu'elle flambe.



Suivre les instructions suivantes en s'appuyant sur le dossier technique de ce stand :

- Assurer le réglage de deux mandrins (**mandrin encastré supérieur amovible et mandrin articulé inférieur**) afin d'avoir les deux extrémités de la poutre

articulées. sélectionner la poutre la plus courte (numéro 1). Mesurer sa section à l'aide d'un pied à coulisse puis calculer son moment quadratique.

- ✚ Ajuster la position de la traverse mobile pour permettre à la poutre de se placer entre les **encoches** en dévissant **les écrous moletés sur les rails de guidage**. S'assurer que **la vis de chargement** est pratiquement dévissée afin d'assurer le maximum de course permettant le flambement de la poutre. Enfin, serrer les vis de blocage sur le rail de guidage.
- ✚ Dévisser légèrement la **vis de chargement** de manière à ce que la poutre reste dans les **encoches** sans transmettre aucune charge puis faire le zéro sur **l'afficheur digital d'effort** en agissant sur **le bouton de réglage** situé en bas à droite de l'appareil.
- ✚ Commencer à charger légèrement la poutre à l'aide de la vis de chargement. Si la poutre commence à fléchir vers la gauche "tapoter" avec le doigt la poutre vers la droite et vis versa (cela permet de réduire des éventuelles erreurs dues à la rectitude de la poutre). Continuer le chargement de la poutre jusqu' à ce que la force n'augmente plus sur l'afficheur.
- ✚ Reporter la charge finale dans le tableau 1 dans la colonne "**charge de flambement**". Répéter la manipulation avec les poutres numérotées 2. 3. 4 et 5 en veillant à chaque- fois à ajuster la traverse à la longueur de la poutre. Une attention plus particulière devra être portée aux poutres les plus courtes pour lesquelles la charge de Flambement est plus importante.
- ✚ Répéter pour chaque poutre plusieurs fois la manipulation jusqu'à obtenir un résultat satisfaisant.

3-Travail demandé :

1. Déterminer la relation entre la longueur libre de flambage (L) et la longueur de la poutre (l) pour ce type de montage.
2. Remplir le tableau ci-dessous.
3. Tracer la courbe traduisant la variation de la charge de flambement en fonction de $1/L^2$. Vérifier si cette relation est linéaire et déduire la pente du tracée.
4. Tracer sur le même graphe la variation de la charge théorique (charge critique d'Euler) en fonction de $1/L^2$: $F_{cr} = f(1/L^2)$ (**voir dossier de référence**)
5. Comparer le résultat expérimental au résultat théorique. Est-ce que la théorie d'Euler

TP N°4 : *Flambement des poutres*

prédit le comportement de la poutre.

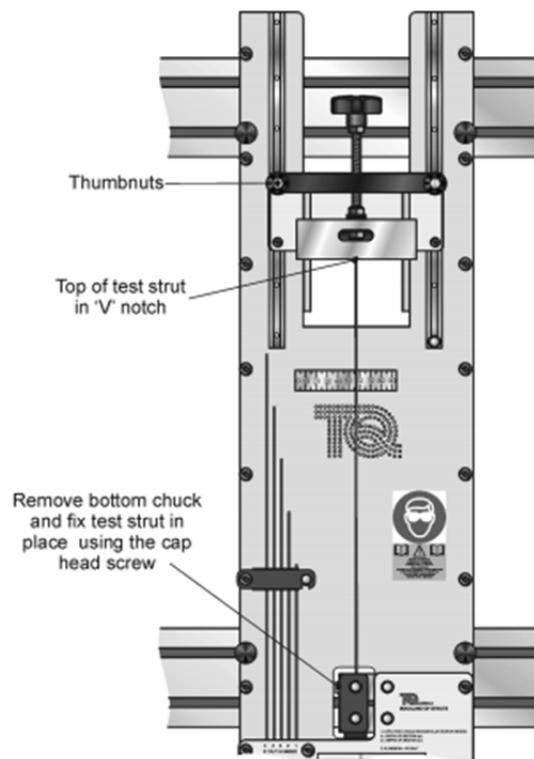
Numéro de poutre	Longueur l (mm)	Charge de flambement (N)	$1/L^2$ (m^{-2})	Charge critique d'Euler F_{cr} (N)
1	320			
2	370			
3	420			
4	470			
5	520			

Tableau 1 : Résultats de l'expérience 1

EXPERIENCE 2 : CHARGE DE FLAMBEMENT D'UNE POUTRE ARTICULEE - ENCASTREE :

1-Principe :

Suivre la même procédure expérimentale que dans l'expérience 1. Mais cette fois ci enlevez le mandrin inférieur et serrez la poutre à l'aide de la vis de blocage afin d'obtenir une configuration de type encastree articulée (voir figure4).



2-Travail demandé:

Reporter vos résultats dans le tableau 2 et calculer les valeurs de $1/L^2$ pour toutes les poutres après avoir déterminé la relation entre L et l .

NB : il ne faut pas confondre la longueur libre au flambage de la poutre L à la longueur de la poutre l

A savoir que la longueur des poutres est plus courte que dans l'expérience 1 du fait que l'extrémité encastree est pincée par le système de blocage et n'est donc pas prise en compte dans la longueur de la poutre.

Numéro de poutre	Longueur l (mm)	Charge de flambement (N)	$1/L^2$ (m ²)	Charge critique d'Euler F_{cr} (N)
1	300			
2	330			
3	400			
4	450			
5	500			

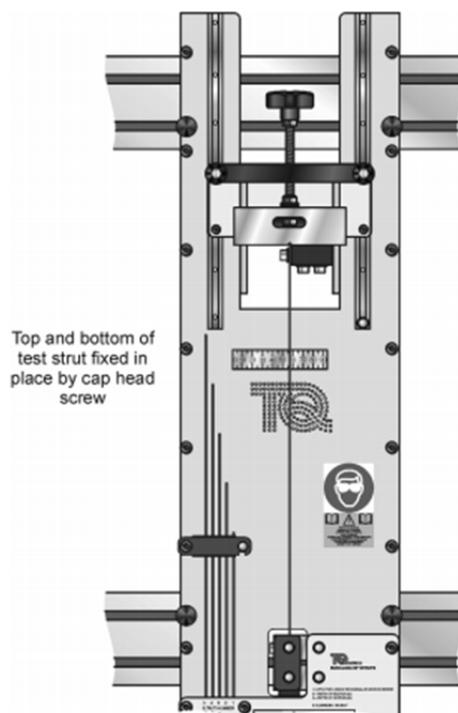
Tableau 2 : Résultats de l'expérience 2 (poutre articulée — encastree)

EXPERIENCE 3 : CHARGE DE FLAMBEMENT

D'UNE POUTRE BI ENCASTREE :

1-Principe :

Positionner à la suite de l'expérience 2 le mandrin supérieur avec les deux vis de blocage de manière à obtenir une configuration encastree. De ce fait, la longueur expérimentale des poutres va donc encore se trouver réduite et vous aurez à recalculer les nouvelles valeurs du rapport $1/L^2$.



Faites attention au rapproche de la charge de flambement pour les poutres les plus courtes.

NB : Ne jamais continuer à charger les poutres après que la charge de flambement est atteinte sous peine de déformer de manière permanente les poutres.

Compléter le tableau 3.

Numéro de poutre	Longueur l (mm)	Charge de flambement (N)	$1/L^2$ (m^{-2})
1	280		
2	330		
3	380		
4	430		
5	480		

Tableau 3 : Résultats de l'expérience 3 (poutre encastree - encastree)

3-Travail demandé :

1. Tracer sur des graphiques distincts les courbes représentatives de la charge de flambement en fonction de $1/L^2$ et calculer la pente de chaque droite.
2. Etablir ensuite les rapports de ces coefficients (pentes) pour chaque condition aux extrémités (en prenant la condition encastree — encastree comme référence pour le calcul de ces rapports).
3. Appliquer la formule d'Euler pour chaque condition aux extrémités et vérifier si les rapports expérimentaux et théoriques sont similaires.

INTERPRETATIONS ET CONCLUSION GENERALE

- Décrire brièvement tout en justifiant comment varie la charge de flambement en fonction de la longueur de la poutre et la nature du montage .
- Y' a-t-il une différence remarquable entre les valeurs expérimentales déterminées et les valeurs théoriques calculées. Si oui quelles sont les sources d'erreurs probables.
- Conclure